

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2021/ 22 – 4.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

n.º:

1. (2.5 vals) Considere o conjunto S de cláusulas Horn abaixo.

1. $(A \wedge B) \rightarrow G$

2. $\top \rightarrow A$

3. $(C \wedge D) \rightarrow G$

4. $(A \wedge C) \rightarrow E$

5. $\top \rightarrow D$

6. $\top \rightarrow C$

7. $(C \wedge H) \rightarrow \perp$

8. $G \rightarrow H$

9. $\top \rightarrow B$

10. $(A \wedge H) \rightarrow \perp$

a) Mostre que este conjunto de cláusulas é insatisfazível.

b) Mostre que retirando uma única cláusula, o conjunto restante passa a ser satisfazível. Qual das cláusulas retiraria e indique uma interpretação que tornaria o restante conjunto satisfazível.

Cláusula retirada:

Interpretação que satisfaz as cláusulas restantes:

A =

B =

C =

D =

E =

G =

H =

2. (3.5 vals) Mostre por resolução a validade do seguinte argumento em lógica proposicional.

P1	$A \rightarrow (D \rightarrow C)$
P2	$C \leftrightarrow (A \wedge B)$
Z	$(A \wedge \neg B) \rightarrow \neg D$

a) Coloque as premissas e a negação da conclusão (Z) na forma clausal.

b) Mostre que as cláusulas obtidas em a) são inconsistentes, derivando por resolução a cláusula vazia.

3. (2 vals) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições:

a) Só os cubos que estejam ao lado de um outro bloco podem ser pequenos.

b) Não há dodecaedros, exceto o **d**, que estejam na mesma coluna de outros blocos.

c) Blocos do mesmo tamanho estão na mesma linha se e apenas se tiverem a mesma forma.

d) Existe um dodecaedro à frente de todos os outros blocos.

e) Se um bloco está entre outros dois, então estes dois não podem ser ambos cubos.

4. (1.5 vals) Converta as fórmulas para a forma Prenex com a matriz na forma normal conjuntiva (CNF).

a) $\exists x (\text{Dodec}(x) \wedge \forall y (\text{Large}(y) \rightarrow \text{FrontOf}(y, x)))$

b) $\neg \exists x ((\text{Tet}(x) \vee \text{Large}(x)) \wedge \exists y (\text{Adjoins}(y, x)))$

c) $\forall x (\exists y (\text{Cube}(y) \wedge \text{Adjoins}(y, x)) \rightarrow \text{Small}(x))$

5. (2 vals) Coloque na forma clausal, incluindo a Skolemização, as seguintes fórmulas Prenex:

a) $\forall x \exists y \forall z (\text{Small}(x) \rightarrow (\text{Adjoins}(y, x) \wedge (\text{Cube}(z) \rightarrow \text{SameCol}(z, y))))$

b) $\forall x \forall y \exists z ((\text{Cube}(x) \wedge \text{Tet}(y)) \rightarrow (\text{Dodec}(z) \wedge \text{Between}(z, x, y)))$

6. (1 val) Obtenha a substituição mais geral σ que unifique os dois termos abaixo. Indique qual o termo obtido quando se aplica essa substituição a qualquer um dos termos unificados.

T1: `triple(g(x), y, f(x,y))` T2: `triple(u, h(v), f(w,w))`

substituição $\sigma =$

T1 $\sigma =$ T2 $\sigma =$

7. (5 vals) Mostre por resolução a validade do seguinte argumento de lógica de predicados de 1ª ordem.

- | | |
|----|---|
| 1. | $\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \exists y (\text{Tet}(y) \wedge \text{Adjoins}(x,y)))$ |
| 2. | $\neg \exists x \exists y (\text{Adjoins}(x,y) \wedge (\text{Tet}(x) \vee \text{Tet}(y)))$ |
| 3. | $\forall x (\text{Large}(x) \rightarrow \text{Cube}(x))$ |
| C | $\neg \exists x \text{Large}(x)$ |

a) Coloque as premissas e a negação da conclusão na forma clausal.

b) Mostre que as cláusulas obtidas são inconsistentes, derivando por resolução a cláusula vazia.

8. (2.5 vals) Prove por indução sobre os números naturais, que $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$, para qualquer n natural.

Passo Base:

Passo de Indução: