

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2021/22 – 3.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:	n.º:
-------	------

1. (3 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Todos os cubos, exceto o **c**, estão entre dois blocos.

--

b) Não há blocos maiores do que um certo tetraedro.

--

c) Objetos que estejam na mesma linha do dodecaedro **a** ou não são cubos ou são grandes.

--

d) Dois blocos só estão na mesma coluna se nenhum for um tetraedro.

--

e) Todos os blocos estão ao lado de um outro, mas nenhum está ao lado de todos os outros.

--

f) Se um bloco está entre dois outros, então estes dois estão em linhas diferentes.

--

2. (3 val) Considerando a linguagem dos Mundos de Tarski (num tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições:

1. $\forall x \forall y \forall z (\text{Between}(x, y, z) \rightarrow \text{SameShape}(y, z))$

2. $\text{Dodec}(a) \wedge \exists x \exists y \text{Between}(x, a, y)$

3. $\exists x \exists y \exists z (\text{Tet}(x) \wedge \text{Between}(z, x, y))$

4. $\neg \exists x (\text{FrontOf}(x, a) \wedge \neg \exists x \text{LeftOf}(x, a))$

5. $\forall x \forall y ((\text{Tet}(x) \wedge \text{Tet}(y)) \rightarrow \text{SameCol}(x, y))$

6. $\forall x \forall y \forall z (\text{Between}(x, y, z) \rightarrow \text{Cube}(x))$

3. (4 val) Preencha as caixas assinaladas para completar a demonstração no sistema de Dedução Natural.

1	$\exists x (Cube(x) \wedge \forall y SS(x,y))$	
2	$\forall x (Tet(x) \rightarrow \exists y \neg SS(x,y))$	
3	$\forall x \forall y \forall z ((SS(x,y) \wedge SS(x,z)) \rightarrow SS(y,z))$	
4		
5	$Tet(b)$	
6		Elim \forall : 2
7	$\exists y \neg SS(b,y)$	
8	$c: Cube(c) \wedge \forall y SS(c,y)$	
9		
10	$\forall y SS(c,y)$	Elim \wedge : 8
11		Elim \forall : 10
12	$SS(c,a)$	
13	$SS(c,b) \wedge SS(c,a)$	Intr \wedge : 11 , 12
14	$(SS(c,b) \wedge SS(c,a)) \rightarrow SS(b,a)$	Elim \forall : 3
15	$SS(b,a)$	Elim \rightarrow : 13, 14
16	\perp	
17	\perp	Elim \exists : 7 , 9 - 16
18	\perp	
19.		Intr \neg : 5 - 18
20	$\forall x \neg Tet(x)$	

4. (3 val) Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respetiva demonstração no sistema de Dedução Natural.

1.	$\forall x (Cube(x) \rightarrow Small(x))$	
2.	$\exists x \neg Small(x)$	
3.	$\exists x Cube(x)$	
4.	$a: Cube(a)$	
5.	$Cube(a) \rightarrow Small(a)$	Elim \forall : 1
6.	$Small(a)$	Elim \rightarrow : 4 , 5
7.	$\exists y Small(y)$	Intr \exists : 6
8.	\perp	Intr \perp : 2, 7
9.	\perp	Reit : 8
10.	$\neg \exists x Cube(x)$	Intr \perp : 3 - 9

a) Indique todos os erros da demonstração acima, justificando.

b) Apresente no quadro em baixo um contraexemplo que mostre que o argumento não é válido.

Erros:

5. (2 val) O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

1	$\forall x (\neg \text{Cube}(x) \vee \text{Small}(x))$
2	$\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow \text{Medium}(x))$
3	$\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \neg \text{Dodec}(x))$

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário utilizar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

Nota: 2 respostas erradas cancelam uma resposta certa, mas a classificação da questão nunca será negativa.

- $\forall x (\text{Large}(x) \vee \text{Medium}(x) \vee \text{Small}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Medium}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Medium}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- $\forall x (\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x) \vee \text{Dodec}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Cube}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$

6. (5 val) Valide o seguinte argumento apresentando a respetiva demonstração no sistema de Dedução Natural.

1	$\neg \exists x \exists y \text{LeftOf}(x, y)$
2	$\forall x \forall y ((\text{Cube}(x) \wedge \text{Tet}(y)) \rightarrow \text{LeftOf}(x, y))$
<hr/>	
	$\exists x \text{Cube}(x) \rightarrow \neg \exists y \text{Tet}(y)$