

# Lógica Computacional

Duração: 1h

## Época de 2122 / 21 – 1º Teste de Avaliação (sem Consulta)

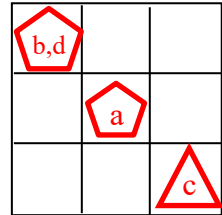
Nome:

nº:

1. (2.5 val) Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com um tabuleiro de  $3 \times 3$  casas)

a) Desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes fórmulas

1.  $\text{SameRow}(b, d) \wedge \text{FrontOf}(a, b)$
2.  $\text{Between}(a, c, b) \wedge \text{Between}(a, c, d)$
3.  $\text{Dodec}(a) \wedge \text{SameShape}(b, a)$
4.  $\neg(\neg\text{Tet}(c) \vee \neg\text{RightOf}(c, b))$

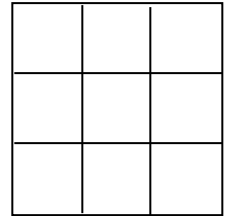


b) Verifique se a fórmula  $\text{SameCol}(d, a) \vee \text{SameCol}(a, c)$  é satisfazível em conjunto com as anteriores. Se sim indique uma adaptação do mundo em que todas as fórmulas sejam satisfeitas, e se essa adaptação é única; caso contrário explique sucintamente porquê.

A fórmula **não** é satisfazível.

Pelas fórmulas acima os blocos **a**, **c** e **b(=d)** estão em linha (por causa da fórmula 2) e numa diagonal (por causa da fórmula 4, que indica que **c** está à direita de **b**).

Assim sendo, **a** deve estar numa coluna entre ambos, não estando, pois, na mesma coluna de **c**, nem na de **d(=b)**.



2. (2.0 val) Traduza as seguintes frases para fórmulas na linguagem do Mundo de Tarski.

a) Um dos blocos **a** ou **c** é um tetraedro, e maior que o outro.

$$(\text{Tet}(a) \wedge \text{Larger}(a, c)) \vee (\text{Tet}(c) \wedge \text{Larger}(c, a))$$

b) Os blocos **a**, **b** não são ambos cubos nem são ambos tetraedros.

$$\neg(\text{Cube}(a) \wedge \text{Cube}(b)) \wedge \neg(\text{Tet}(a) \wedge \text{Tet}(b))$$

c) Nenhum dos blocos **a** e **b** está à esquerda do outro.

$$\text{SameCol}(a, b) \text{ ou } \neg\text{LeftOf}(a, b) \wedge \neg\text{LeftOf}(b, a)$$

d) O bloco **a** é menor que um dos blocos **b** ou **c** e maior que o outro.

$$\text{Medium}(a) \text{ ou } (\text{Larger}(b, a) \wedge \text{Larger}(a, c)) \vee (\text{Larger}(c, a) \wedge \text{Larger}(a, b))$$

3. (3.0 val) Considere as seguintes frases

- Lisboa é uma cidade poluída.
- A concentração de CO<sub>2</sub> no Porto é de menos 10 (partes por milhão) que em Lisboa.
- Na aldeia da Ana a concentração de CO<sub>2</sub> é maior que no Porto.
- A concentração de NO na aldeia da Ana é menor que em Lisboa, que é menor que no Porto.

a) Apresente uma assinatura  $\Sigma = \langle NP, NF_0 \cup NF_1 \rangle$  de uma linguagem de 1ª ordem que lhe permita escrever fórmulas de 1ª ordem correspondentes

| <i>NF<sub>0</sub>: Constantes</i>   | <i>NF<sub>1</sub>: Funções</i>                    | <i>NP: Predicados</i>                               |
|-------------------------------------|---|---|
| <b>ana, co2, no,<br/>lisboa, 10</b> | <b>aldeia_de/1<br/>concentração_de/2<br/>-/2,</b> | <b>SerPoluída/1<br/>SerCidade/1<br/>=/2, &gt;/2</b> |

b) Traduza para fórmulas de 1ª ordem as frases acima indicadas:

i) Lisboa é uma cidade poluída.

**SerCidade(Lisboa)  $\wedge$  SerPoluída(Lisboa)**

ii) A concentração de CO<sub>2</sub> no Porto é de menos 10 (partes por milhão) que em Lisboa.

**concentração(co2, porto) = concentração(co2, lisboa) - 10**

iii) Na aldeia da Ana a concentração de CO<sub>2</sub> é maior que no Porto.

**concentração(co2, aldeiaDe(ana)) > concentração(co2, porto)**

iv) A concentração de NO na aldeia da Ana é menor que em Lisboa, que é menor que no Porto.

**concentração(no, lisboa) > concentração(no, aldeiaDe(ana))  
 $\wedge$   
concentração(no, porto) > concentração(no, lisboa)**

4. (3.0 val)

a) Indique no quadro (com V, P e F, respectivamente) se, nos diferentes níveis de análise (Tautológico -TT, Lógico - FO e Analítico - TW) as fórmulas abaixo são Verdades, meras Possibilidades ou Falsidades.

**Nota 1:** Uma Verdade deve ser indicada com V e não com P (embora o seja).

**Nota 2:** 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação nesta pergunta não pode ser negativa.

**Between(a,b,c)  $\wedge$  FrontOf(a,b)  $\wedge$  FrontOf(a,c)**  
 **$\neg$  (Cube(a)  $\wedge$  Tet(b))  $\vee$  (Cube(a)  $\wedge$  Tet(b))**  
 **$\neg$  (Dodec(a)  $\wedge$  Dodec(b))  $\vee$  a  $\neq$  b**

| TT       | FO       | TW       |
|----------|----------|----------|
| <b>P</b> | <b>P</b> | <b>F</b> |
| <b>V</b> | <b>V</b> | <b>V</b> |
| <b>P</b> | <b>P</b> | <b>P</b> |

b) Indique, se houver, uma proposição P-FO, mas não seja P-TW. Caso contrário escreva impossível

**Tet(a)  $\wedge$  Cube(a)**

5. (2.0 val) Para os argumentos abaixo, indique se são válidos, justificando informalmente a resposta.

- a) O ICPP (Intergovernmental Panel on Climate Change) tem avisado que se se tomarem medidas de controle de emissões de gases de estufa a temperatura média na Terra pode subir cerca de 1.5° acima do valor no século XIX (pré-industrial), mas se não se tomarem essas medidas a temperatura média pode aumentar até 4.5°. Alguns peritos prevêm que por cada grau de aumento da temperatura média haverá uma subida do nível do mar de cerca de 1 metro. Logo é possível que o aumento do nível das águas do mar seja inferior a 1 metros.

|  |               |
|--|---------------|
| <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <span>Argumento Válido?</span> <span>Sim: <input type="checkbox"/></span> <span>Não: <input checked="" type="checkbox"/></span> </div> <p style="color: red; margin-top: 10px;">Se as previsões do ICPP estivessem certas e se os modelos dos peritos forem acertados, quer se tomem medidas ou não o nível da água do mar subirá pelo menos 1.5 metros (se forem tomadas medidas). Então, se as premissas forem verdade (i.e. se os peritos não estiverem e as previsões não estiverem erradas, a subida do nível do mar será pelo menos 1.5 metros, não sendo possível que ele seja inferior a 1 metro. Assim, se as premissas forem verdadeiras a conclusão é falsa e o argumento não será válido.</p> | Justificação: |
|--|---------------|

- b) Uma liga composta por vários metais de diferentes densidades tem uma densidade maior que a do elemento menos denso e menor que a do mais denso. A densidade de uma amostra de uma liga metálica foi medida como sendo de 7.5 g/cm<sup>3</sup>. Logo a amostra pode ser composta por quaisquer dois dos metais ferro, cobre e zinco, com densidades de 7.87, 8.93 7.14, respectivamente.

|   |               |
|---|---------------|
| <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <span>Argumento Válido?</span> <span>Sim: <input type="checkbox"/></span> <span>Não: <input checked="" type="checkbox"/></span> </div> <p style="color: red; margin-top: 10px;">Uma liga de ferro e cobre terá de ter uma densidade entre 7.87 e 8.93, pelo que não pode ter uma densidade de 7.5 g/cm<sup>3</sup>. Logo não é verdade que qualquer combinação de dois dos metais ferro, cobre e zinco possa ter a densidade de 7.5 g/cm<sup>3</sup> medida na amostra da liga, pois existe uma liga (de ferro e cobre) que não pode ter essa densidade.</p> | Justificação: |
|---|---------------|

6. (2.0 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski, indique (com S para sim e N para não) se os seguintes argumentos são válidos tautologicamente (Val-TT), logicamente (Val-FO) e/ou analiticamente nos mundos de Tarski (Val-TW).

**Nota:** 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação da pergunta não pode ser negativa.

{Premissa 1, ..., Premissa n } ⊨ Conclusão

- { Cube (a) , Tet (a) } ⊨ Dodec (a)
- { Cube (a) , Cube (b) } ⊨ a = b
- { Cube (a) , ¬Cube (b) } ⊨ a ≠ b

| Val-TT | Val-FO | Val-TW |
|--------|--------|--------|
| N      | N      | S      |
| N      | N      | N      |
| N      | S      | S      |

7. (2.5 val) a) Preencha a tabela de verdade relativa às fórmulas P1 e P2 abaixo indicadas

$$P1: A \vee (B \wedge C) \quad \text{e} \quad P2: B \wedge (A \vee \neg C)$$

| A | B | C | $A \vee (B \wedge C)$ | $B \wedge (A \vee \neg C)$ |
|---|---|---|-----------------------|----------------------------|
| V | V | V | V                     | V F                        |
| V | V | F | V                     | V V                        |
| V | F | V | V                     | F F                        |
| V | F | F | V                     | F V                        |
| F | V | V | V                     | F F                        |
| F | V | F | F                     | V V                        |
| F | F | V | F                     | F F                        |
| F | F | F | F                     | V V                        |

b) Com base na tabela assinale numa caixa e justifique qual a relação *tautológica* entre P1 e P2

- P1 é consequência de P2       P2 é consequência de P1  
 P1 e P2 são equivalentes       Nenhuma das anteriores

**Justificação:**

A interpretação  $\{A=F, B=V, C=F\}$  torna a fórmula **P2** verdadeira, mas **P1** falsa. Logo **P1 não é** consequência tautológica de **P1**.

Mas, há 3 interpretações  $\{A=V, B=F, C=V\}$ ,  $\{A=V, B=F, C=F\}$  e  $\{A=F, B=V, C=V\}$  que tornam a fórmula **P1** verdadeira mas **P2** falsa. Logo **P2 também não é** consequência tautológica de **P1**.

Consequentemente as fórmulas P1 e P2 não são equivalentes.

8. (3.0 val) Converta a fórmula seguinte (com parênteses retos e chavetas para aumentar a legibilidade) para as formas normais conjuntiva (CNF) e disjuntiva (DNF), simplificando-as da forma mais conveniente:

$$\neg[\neg A \vee (\neg A \wedge B)] \vee [B \wedge \neg(\neg A \wedge C)]$$

$$\begin{aligned}
 & \neg[\neg A \vee (\neg A \wedge B)] \vee [B \wedge \neg(\neg A \wedge C)] \\
 \Leftrightarrow & [\neg\neg A \wedge \neg(\neg A \wedge B)] \vee [B \wedge \neg(\neg A \wedge C)] && \text{Leis de Morgan} \\
 \Leftrightarrow & [A \wedge \neg(\neg A \wedge B)] \vee [B \wedge \neg(\neg A \wedge C)] && \text{Dupla Negação} \\
 \Leftrightarrow & [A \wedge (\neg\neg A \vee \neg B)] \vee [B \wedge \neg(\neg A \wedge C)] && \text{Leis de Morgan} \\
 \Leftrightarrow & [A \wedge (A \vee \neg B)] \vee [B \wedge \neg(\neg A \wedge C)] && \text{Dupla Negação} \\
 \Leftrightarrow & A \vee [B \wedge \neg(\neg A \wedge C)] && \text{Eliminação} \\
 \Leftrightarrow & A \vee [B \wedge (\neg\neg A \vee \neg C)] && \text{Leis de Morgan} \\
 \Leftrightarrow & A \vee [B \wedge (A \vee \neg C)] && \text{Dupla Negação} \\
 \Leftrightarrow & A \vee [(B \wedge A) \vee (B \wedge \neg C)] && \text{Distribuição} \\
 \Leftrightarrow & A \vee (B \wedge A) \vee (B \wedge \neg C) && \text{Associação} \\
 \Leftrightarrow & A \vee (B \wedge \neg C) && \text{Eliminação}
 \end{aligned}$$

Esta fórmula já está em DNF

$$\Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee \neg C) \quad \text{Distribuição}$$

Esta fórmula já está em CNF