

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2020 / 21 – 4.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

n.º:

1. (2.5 vals) Considere o conjunto S de cláusulas Horn abaixo.

1. $(A \wedge B) \rightarrow C$

2. $\top \rightarrow A$

3. $(B \wedge E) \rightarrow F$

4. $(D \wedge H) \rightarrow G$

5. $\top \rightarrow E$

6. $(B \wedge C) \rightarrow D$

7. $(A \wedge D) \rightarrow \perp$

8. $(E \wedge F) \rightarrow G$

9. $\top \rightarrow B$

10. $(F \wedge G) \rightarrow \perp$

a) Mostre que este conjunto de cláusulas é insatisfazível.

b) Mostre que retirando uma única cláusula, o conjunto restante passa a ser satisfazível. Qual das cláusulas retiraria e indique uma interpretação que tornaria o restante conjunto satisfazível.

Cláusula retirada:

Interpretação que satisfaz as cláusulas restantes:

A =

B =

C =

D =

E =

F =

G =

H =

2. (3.5 vals) Mostre por resolução a validade do seguinte argumento em lógica proposicional.

P1	$A \leftrightarrow \neg (B \vee C)$
P2	$C \rightarrow \neg D$
Z	$D \rightarrow \neg (A \leftrightarrow B)$

a) Coloque as premissas e a negação da conclusão (Z) na forma clausal.

b) Mostre que as cláusulas obtidas em a) são inconsistentes, derivando por resolução a cláusula vazia.

3. (2 vals) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições:

a) Nenhum cubo pode estar atrás de qualquer dodecaedro.

b) Existe um tetraedro que está à direita de todos os cubos que não sejam grandes.

c) Todos os dodecaedros são grandes exceto se estiverem ao lado de um cubo.

d) Só há um objeto ao lado de qualquer cubo que esteja ao seu lado (Sugestão: Utilize o predicado =).

e) Se dois blocos estiverem na mesma linha pelo menos um deles é um cubo .

4. (1.5 vals) Converta as fórmulas para a forma Prenex com a matriz na forma normal conjuntiva (CNF).

a) $\forall x (\exists y (\text{Cube}(y) \wedge \text{Adjoins}(x,y)) \rightarrow \text{Dodec}(x))$

b) $\neg \forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{Adjoins}(x,y)))$

c) $\forall x (\neg \exists y \text{FrontOf}(x,y) \rightarrow \exists z (\text{Cube}(z) \wedge \text{Smaller}(z, x)))$

5. (2 vals) Coloque na forma clausal, incluindo a Skolemização, as seguintes fórmulas Prenex:

a) $\forall x \exists y \exists z ((\text{Cube}(x) \rightarrow (\text{Tet}(y) \vee \text{FrontOf}(x,y))) \wedge (\text{Dodec}(z) \vee \text{Large}(z)))$

b) $\exists x \forall y \exists z (\text{Tet}(x) \wedge (\text{Cube}(y) \rightarrow (\text{Dodec}(z) \wedge \text{Between}(z,x,y))))$

6. (1 val) Obtenha a substituição mais geral σ que unifique os dois termos abaixo. Indique qual o termo obtido quando se aplica essa substituição a qualquer um dos termos unificados.

T1: $\text{OneOf}(x, g(z), y)$

T2: $\text{OneOf}(f(u), u, f(u,v))$

substituição $\sigma =$

T1 $\sigma =$ T2 $\sigma =$

7. (5 vals) Mostre por resolução a validade do seguinte argumento de lógica de predicados de 1ª ordem.

- | | |
|----|--|
| 1. | $\forall x (\text{Dodec}(x) \rightarrow \exists y \exists z (\text{Cube}(y) \vee \text{Between}(x, y, z)))$ |
| 2. | $\forall x ((\exists y \exists z \text{Between}(x, y, z)) \rightarrow \text{Large}(x))$ |
| 3. | $\forall x (\text{Medium}(x) \rightarrow \text{Dodec}(x))$ |
| C | $\neg \exists x \text{Large}(x) \rightarrow [\exists y \text{Medium}(y) \rightarrow \exists z \text{Cube}(z)]$ |

a) Coloque as premissas e a negação da conclusão na forma clausal.

b) Mostre que as cláusulas obtidas são inconsistentes, derivando por resolução a cláusula vazia.

8. (2.5 vals) Prove por indução sobre os números naturais, que $\sum_{i=1}^n i^2 = (1^2+2^2+\dots+n^2) > n^3/3$, para qualquer n natural. **Sugestão:** Relembre o binómio de Newton, $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Passo Base:

Passo de Indução