

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2020 / 21 – 2.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

n.º:

1. (2 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Os blocos **a** e **c** estão ambos à esquerda do bloco **b** apenas se este for um tetraedro.

$$(\text{LeftOf}(a,b) \wedge \text{LeftOf}(c,b)) \rightarrow \text{Tet}(b)$$

b) O bloco **c** é um cubo se um dos blocos **a** e **b** estiver à sua frente.

$$(\text{FrontOf}(a,c) \vee \text{FrontOf}(b,c)) \rightarrow \text{Cube}(c)$$

c) Os blocos **a** e **b** estão na mesma linha, a menos que o bloco **c** seja um cubo e esteja entre eles.

$$\neg (\text{Cube}(c) \wedge \text{Between}(c,a,b)) \rightarrow \text{SameRow}(a,b)$$

d) O bloco **c** é um cubo grande se e apenas se nenhum dos blocos **a** e **b** for pequeno.

$$(\text{Cube}(c) \wedge \text{Large}(c)) \leftrightarrow \neg (\text{Small}(a) \vee \text{Small}(b))$$

2. (2 val) Dada a equivalência de fórmulas com operadores de implicação e de equivalência e de disjunção, converta as fórmulas abaixo para uma das formas normais, conjuntiva (CNF) ou disjuntiva (DNF).

a) $C \rightarrow (A \rightarrow B)$

$$\neg C \vee \neg A \vee B$$

b) $(C \rightarrow A) \rightarrow B$

$$\neg (\neg C \vee A) \vee B$$

$$\Leftrightarrow (C \wedge \neg A) \vee B$$

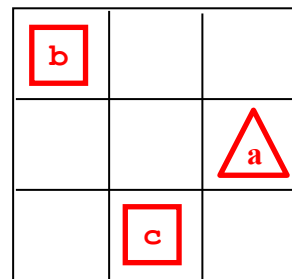
c) $C \leftrightarrow (A \rightarrow B)$.

$$(C \wedge (\neg A \vee B)) \vee (\neg C \wedge A \wedge \neg B)$$

$$\Leftrightarrow (C \wedge \neg A) \vee (C \wedge B) \vee (\neg C \wedge A \wedge \neg B)$$

3. (3.5 val) Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiros de 3×3 casas) e desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1. $\text{Dodec}(c) \rightarrow \neg \text{Dodec}(b)$
2. $\text{Tet}(a) \wedge \text{SameShape}(b,c) \wedge \neg \text{SameShape}(a,c)$
3. $\text{FrontOf}(a,b) \wedge \text{BackOf}(a,c)$
4. $\neg (\text{RightOf}(c,b) \wedge \text{RightOf}(a,b)) \rightarrow \text{SameShape}(a,b)$
5. $\neg \text{LeftOf}(c,a) \rightarrow \text{Dodec}(b)$



4. (5.0 val) Complete a demonstração abaixo, indicando as fórmulas e as justificações em falta nas caixas em branco.

| | | | |
|-----|--|--|--|
| 1 | $\neg (B \leftrightarrow C)$ | | |
| 2 | $A \rightarrow (B \wedge C)$ | | |
| 3 | $A \vee \neg D$ | | |
| 4 | A | | |
| 5 | $B \wedge C$ | $\text{Elim } \rightarrow : 2, 4$ | |
| 6 | B | | |
| 7 | C | $\text{Elim } \wedge : 5$ | |
| 8 | C | | |
| 9 | B | $\text{Elim } \wedge : 5$ | |
| 10 | $B \leftrightarrow C$ | $\text{Intr } \leftrightarrow : 6 - 7, 8 - 9$ | |
| 11 | \perp | $\text{Intr } \perp : 1, 10$ | |
| 12 | $\neg A$ | $\text{Intr } \neg : 4, 11$ | |
| 13 | $\neg D$ | | |
| 14 | $\neg D$ | $\text{Reit} : 13$ | |
| 15 | A | | |
| 16 | \perp | $\text{Intr } \perp : 12, 15$ | |
| 17 | $\neg D$ | $\text{Elim } \perp : 16$ | |
| 18 | $\neg D$ | $\text{Elim } \vee : 3, 13 - 14, 15 - 17$ | |
| 19. | $\neg A \wedge \neg D$ | $\text{Intr } \wedge : 12, 18$ | |

5. (2.5 val) Considere o seguinte argumento e sua demonstração (usando a linguagem de Tarski).

a) Verifique que a demonstração está *errada*, e indique o(s) passo(s) em que as regras do sistema de Dedução Natural não foram corretamente utilizadas.

| | | |
|-----|---|---------------------------|
| 1. | $\text{Cube}(a) \rightarrow \text{Tet}(c)$ | |
| 2. | $\neg \text{Cube}(b) \rightarrow \neg \text{Cube}(a)$ | |
| 3. | $\neg(\neg \text{Cube}(b) \vee \text{Tet}(c))$ | |
| 4. | $\neg \text{Cube}(b)$ | |
| 5. | $\neg \text{Cube}(b) \vee \text{Tet}(c)$ | Intr \vee : 4 |
| 6. | \perp | Intr \perp : 3, 5 |
| 7. | $\text{Cube}(b)$ | Intr \neg : 4 - 6 |
| 8. | $\text{Cube}(a)$ | Elim \rightarrow : 2, 7 |
| 9. | $\text{Tet}(c)$ | Elim \rightarrow : 1, 8 |
| 10. | $\neg \text{Cube}(b) \vee \text{Tet}(c)$ | Intr \vee : 9 |
| 11. | \perp | Intr \perp : 3, 10 |
| 12. | $\neg \text{Cube}(b) \vee \text{Tet}(c)$ | Intr \neg : 3 - 11 |

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| b | c | a |
| | | |

b) Indique no tabuleiro ao lado da demonstração, um contra-exemplo que mostre que o argumento não é válido.

Existe um erro na demonstração na linha 8. De $A \rightarrow B$ não se pode inferir que $\neg A \rightarrow \neg B$ para se usar a eliminação da \rightarrow . demonstração.

Há 2 “imprecisões” nas linhas 7 e 12, em que se deveria ter obtido a dupla negação das fórmulas, mas isso corresponde à aplicação simultânea da regra da eliminação da negação que está subentendida.

Assim sendo um cenário em que **a** não seja um cubo, **b** seja um cubo e **c** não seja um tetraedro torna as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, constituindo um contraexemplo que mostra a não validade do argumento.

6. (5.0 val) Mostre que o argumento abaixo é válido, apresentando a respectiva demonstração.

| | | |
|----|-----------------------------------|--------------------------------|
| 1 | $A \rightarrow (B \vee C)$ | |
| 2 | $C \rightarrow (B \wedge \neg C)$ | |
| 3 | $\neg B$ | |
| 4 | A | |
| 5 | $B \vee C$ | Elim \rightarrow : 1, 4 |
| 6 | B | |
| 7 | \perp | Intr \perp : 3, 6 |
| 8 | C | |
| 9 | $B \wedge \neg C$ | Elim \rightarrow : 2, 8 |
| 10 | $\neg C$ | Elim \wedge : 9 |
| 11 | \perp | Intr \perp : 8, 10 |
| 12 | \perp | Elim \vee : 5, 6 - 7, 8 - 11 |
| 13 | $\neg A$ | Intr \neg : 4 - 12 |
| 14 | $\neg B \rightarrow \neg A$ | Intr \rightarrow : 3 - 13 |