

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2020 / 21 – 1º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

nº:

1. (2.5 val) Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com um tabuleiro de 3×3 casas)

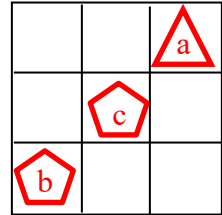
a) Desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes fórmulas

1. $\neg(\text{SameShape}(a, b) \vee \neg \text{SameShape}(b, c))$

2. $\text{Between}(c, a, b) \wedge \neg \text{SameCol}(a, b)$

3. $\text{Dodec}(b) \wedge \neg \text{Cube}(a)$

4. $\neg \text{SameRow}(b, c) \vee \text{Dodec}(a)$



b) Verifique se a fórmula $\text{SameRow}(d, a) \wedge \text{SameRow}(d, c)$ é satisfazível em conjunto com as anteriores. Se sim indique uma adaptação do mundo em que todas as fórmulas sejam satisfeitas, e se essa adaptação é única; caso contrário explique sucintamente porquê.

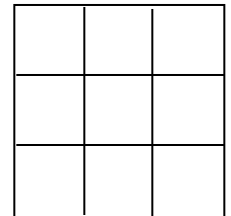
A fórmula **não** é satisfazível.

As fórmulas acima só são satisfeitas se o bloco **c** estiver entre os blocos **a** e **b**, que não estão na mesma coluna.

Logo os blocos **a**, **b** e **c** estão todos na mesma linha ou na mesma diagonal.

Mas como **b** e **c** não estão na mesma linha, os blocos **a**, **b** e **c** estão todos na mesma diagonal, estando todos em linhas diferentes.

Logo, não pode haver nenhum bloco **d** na mesma linha de dois blocos que estão em linhas diferentes.



2. (2.0 val) Traduza as seguintes frases para fórmulas na linguagem do Mundo de Tarski.

a) Um dos blocos **a** e **c** é um cubo, mas o outro não.

$$(\text{Cube}(a) \wedge \neg \text{Cube}(c)) \vee (\neg \text{Cube}(a) \wedge \text{Cube}(c))$$

b) Nem todos os blocos **a**, **b** e **c** são dodecaedros.

$$\neg (\text{Dodec}(a) \wedge \text{Dodec}(b) \wedge \text{Dodec}(c))$$

c) Os blocos **a** e **b** não estão na mesma linha, nem têm o bloco **c** entre eles.

$$\neg \text{SameRow}(a, b) \wedge \neg \text{Between}(c, a, b)$$

d) Os blocos **a**, **b** e **c** têm todos tamanhos diferentes.

$$\neg \text{SameSize}(a, b) \wedge \neg \text{SameSize}(a, c) \wedge \neg \text{SameSize}(b, c)$$

3. (3.0 val) Considere as seguintes frases

- O Rui reuniu com a Vera, e ambos estão com COVID.
- No entanto, o Rui está com febre e a Vera não.
- A Vera mora numa casa a 15 km do Centro de Saúde de Fontelas.
- Já o Rui mora mais próximo do que a Vera do Centro de Saúde de Fontelas.

a) Apresente uma assinatura $\Sigma = \langle NP, NF_0 \cup NF_1 \rangle$ de uma linguagem de 1ª ordem que lhe permita escrever fórmulas de 1ª ordem correspondentes

NF_0 : Constantes	NF_1 : Funções	NP : Predicados
$rui, vera,$ $fontelas, 15$	$casa_de/1$ $centro_de_saúde_De/1$ $distanciaDe/2$	$Reunir/2$ $TerFebre/1$ $TerCovid/1$ $=/2, >/2$

b) Traduza para fórmulas de 1ª ordem as frases acima indicadas:

i) O Rui reuniu com a Vera, e ambos estão com COVID.

$Reunir(rui, vera) \wedge TerCovid(rui) \wedge TerCovid(vera)$

ii) No entanto, o Rui está com febre e a Vera não.

$TerFebre(rui) \wedge \neg TerFebre(vera)$

• iii) A Vera mora numa casa a 15 km do Centro de Saúde de Fontelas.

$distância_de(casa_de(vera), centro_de_saúde_de(fontelas)) = 15$

iv) Já o Rui mora mais próximo do que a Vera do Centro de Saúde de Fontelas.

$distância_de(casa_de(rui), centro_de_saúde_de(fontelas))$
 $<$
 $distância_de(casa_de(vera), centro_de_saúde_de(fontelas))$

4. (3.0 val)

a) Indique no quadro (com V, P e F, respectivamente) se, nos diferentes níveis de análise (Tautológico -TT, Lógico - FO e Analítico - TW) as fórmulas abaixo são Verdades, meras Possibilidades ou Falsidades.

Nota 1: Uma Verdade deve ser indicada com V e não com P (embora o seja).

Nota 2: 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação nesta pergunta não pode ser negativa.

- $\neg (Between(a, b, c) \wedge Between(b, a, c))$
- $\neg (Cube(a) \vee \neg Cube(b) \vee a \neq b)$
- $Dodec(a) \wedge \neg (Tet(b) \wedge Cube(c))$

TT	FO	TW
P	P	V
P	F	F
P	P	P

b) Indique, se houver, uma proposição V-TW, mas não V-FO nem V-TT. Caso contrário escreva impossível

$Tet(a) \vee Cube(a) \vee Dodec(a)$

5. (2.0 val) Para os argumentos abaixo, indique se são válidos, justificando informalmente a resposta.

- a) Como se sabe, os sintomas típicos da gripe incluem febre e dores de cabeça, e os sintomas típicos do COVID-19 incluem febre, dores de cabeça e perda de olfato. O João apareceu em casa com febre e dores de cabeça, mas sem perda de olfato Assim sendo o João terá gripe e não COVID-19.

Argumento Válido? Sim: <input type="checkbox"/> Não: <input checked="" type="checkbox"/>	Justificação:
<p style="color: red;">Nas premissas indica-se que os sintomas <u>típicos</u> do COVID-19 incluem febre, dores de cabeça e perda de olfato. No entanto a COVID-19 pode não apresentar sintomas alguns, já que os sintomas descritos não são necessários para um diagnóstico de COVID-19. Assim, o João pode ter COVID-19. De facto, o João pode ter apenas gripe, ou mesmo não ter nem gripe nem COVID-19, apenas uma outra qualquer doença que provoque febre e dores de cabeça.</p>	

- b) Numa loja as únicas opções de pagamento disponíveis são por dinheiro, multibanco ou cartão de crédito. Mas a Maria não tem cartão de crédito. Não tendo trazido a sua carteira, onde guarda o seu dinheiro e os cartões que tem, ela não pode pagar as compras que fizer no ato da compra.

Argumento Válido? Sim: <input checked="" type="checkbox"/> Não: <input type="checkbox"/>	Justificação:
<p style="color: red;">As três formas de pagamento que a Maria poderia utilizar não estão disponíveis no ato de compra.</p> <p style="color: red;">Por um lado, a Maria não tem cartão de crédito. Por outro lado, não tendo trazido a sua carteira, a Maria não tem nem dinheiro nem cartão multibanco. Assim, não tendo nenhum dos meios de pagamento aceites pela loja, a Maria não pode pagar as compras que fizer no ato de compra.</p> <p style="color: red;">De notar que a Maria não está impedida de fazer as suas compras desde que aceite que a Maria não as pague no ato de compra (pode aceitar fiado...).</p>	

6. (2.0 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski, indique (com S para sim e N para não) se os seguintes argumentos são válidos tautologicamente (Val-TT), logicamente (Val-FO) e/ou analiticamente nos mundos de Tarski (Val-TW).

Nota: 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação da pergunta não pode ser negativa.

{Premissa 1, ..., Premissa n } \models Conclusão

{ a = b, a = c, b \neq c } \models Tet(a)

{ Cube(a), Dodec(b) } \models \neg SameShape(a, b)

{ \neg (Cube(a) \wedge Cube(b)), Cube(a) } \models \neg Cube(b)

Val-TT	Val-FO	Val-TW
N	S	S
N	N	S
S	S	S

7. (2.5 val) a) Preencha a tabela de verdade relativa às fórmulas P1 e P2 abaixo indicadas

$$P1: \neg A \vee (B \wedge C) \quad \text{e} \quad P2: \neg (A \wedge \neg B)$$

A	B	C	$\neg A \vee (B \wedge C)$	$\neg (A \wedge \neg B)$
V	V	V	F V V	V F F
V	V	F	F F F	V F F
V	F	V	F F F	F V V
V	F	F	F F F	F V V
F	V	V	V V V	V F F
F	V	F	V V F	V F F
F	F	V	V V F	V F V
F	F	F	V V F	V F V

b) Com base na tabela assinalada na caixa e justifique qual a relação *tautológica* entre P1 e P2

- P1 é consequência de P2 P2 é consequência de P1
 P1 e P2 são Equivalentes Nenhuma das anteriores

Justificação:

A interpretação $\{A=V, B=V, C=F\}$ torna a fórmula **P2 verdadeira**, mas **P1 falsa**. Logo **P1 não é consequência tautológica de P1**.

Por outro lado, todas as (5) interpretações que tornam a fórmula **P1 verdadeira** tornam **P2 igualmente verdadeira**. Logo **P2 é uma consequência tautológica de P1**.

8. (3.0 val) Converta a fórmula seguinte (com parênteses retos e chavetas para aumentar a legibilidade) para as formas normais conjuntiva (CNF) e disjuntiva (DNF), simplificando-as da forma mais conveniente:

$$\{C \wedge \neg[(\neg A \vee B) \wedge A]\} \vee \neg[\neg(\neg A \wedge B) \wedge (\neg A \vee \neg B)]$$

$\{C \wedge \neg[(\neg A \vee B) \wedge A]\} \vee \neg[\neg(\neg A \wedge B) \wedge (\neg A \vee \neg B)]$	Eliminação
$\Leftrightarrow \{C \wedge \neg[A \wedge B]\} \vee \neg[\neg(\neg A \wedge B) \wedge (\neg A \vee \neg B)]$	Leis de Morgan
$\Leftrightarrow [C \wedge (\neg A \vee \neg B)] \vee \neg[\neg(\neg A \wedge B) \wedge (\neg A \vee \neg B)]$	Leis de Morgan
$\Leftrightarrow [C \wedge (\neg A \vee \neg B)] \vee \neg[(\neg\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee \neg B)]$	Dupla Negação
$\Leftrightarrow [C \wedge (\neg A \vee \neg B)] \vee \neg[(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee \neg B)]$	Distribuição
$\Leftrightarrow [C \wedge (\neg A \vee \neg B)] \vee \neg[(A \wedge \neg A) \vee \neg B]$	Contradição
$\Leftrightarrow [C \wedge (\neg A \vee \neg B)] \vee \neg[0 \vee \neg B]$	Elemento Neutro
$\Leftrightarrow [C \wedge (\neg A \vee \neg B)] \vee \neg\neg B$	Dupla Negação
$\Leftrightarrow [C \wedge (\neg A \vee \neg B)] \vee B$	Distribuição
$\Leftrightarrow (C \vee B) \wedge ((\neg A \vee \neg B) \vee B)$	Associação
$\Leftrightarrow (C \vee B) \wedge (\neg A \vee (\neg B \vee B))$	Tautologia
$\Leftrightarrow (C \vee B) \wedge (\neg A \vee 1)$	Elemento Absorvente
$\Leftrightarrow (C \vee B) \wedge 1$	Elemento Neutro
$\Leftrightarrow C \vee B$	

Esta fórmula já está quer em CNF, quer em DNF

