

# Lógica Computacional

Duração: 1h

## Época de 2019/ 20 – 3.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

n.º:

1. (3 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Só os cubos têm blocos entre eles.

$$\forall x \forall y \forall z (\text{Between}(z, x, y) \rightarrow (\text{Cube}(x) \wedge \text{Cube}(y)))$$

b) Nem todos os blocos que estão numa mesma linha têm a mesma forma.

$$\exists x \exists y (\text{SameRow}(x, y) \wedge \neg \text{SameShape}(x, y))$$

c) Alguns blocos grandes são tetraedros ou estão à frente de cubos.

$$\exists x (\text{Large}(x) \wedge (\text{Tet}(x) \vee \exists y (\text{Cube}(y) \wedge \text{FrontOf}(x, y))))$$

d) Existe uma linha e uma coluna que apenas são ocupadas por um cubo.

$$\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \forall y (x \neq y \rightarrow (\neg \text{SameRow}(x, y) \wedge \neg \text{SameCol}(x, y))))$$

e) Os blocos têm todos formas ou tamanhos diferentes.

$$\forall x \forall y (x \neq y \rightarrow (\neg \text{SameShape}(x, y) \vee \neg \text{SameSize}(x, y)))$$

f) Não existem tetraedros pequenos exceto os que estão ao lado de um cubo.

$$\forall x ((\text{Tet}(x) \wedge \neg \exists y (\text{Cube}(y) \wedge \text{Adjoins}(x, y))) \rightarrow \neg \text{Small}(x))$$

2. (3 val) Considerando a linguagem dos Mundos de Tarski (num tabuleiro de 3 x 3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições:

1.  $\text{Cube}(c) \wedge \forall x (\text{Dodec}(x) \rightarrow \text{LeftOf}(x, c))$

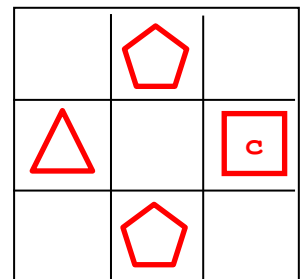
2.  $\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow \exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{FrontOf}(x, y)))$

3.  $\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \forall y (\text{Cube}(y) \rightarrow \neg \text{Adjoins}(x, y)))$

4.  $\neg \exists x \exists y (\text{Dodec}(x) \wedge \text{Tet}(y) \wedge \neg \text{RightOf}(x, y))$

5.  $\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{BackOf}(x, y)))$

6.  $\forall x \forall y ((\text{Cube}(x) \wedge \text{Tet}(y)) \rightarrow \text{SameRow}(x, y))$



3. (4 val) Preencha as caixas assinaladas para completar a demonstração no sistema de Dedução Natural

1	$\exists x (Cube(x) \wedge \forall y (Tet(y) \rightarrow (SameSize(x,y) \vee Large(y))))$	
2	$\forall x (Large(x) \rightarrow \neg Tet(x))$	
3	a:	
4	Tet(a)	
5	b: Cube(b) $\wedge$ $\forall y (Tet(y) \rightarrow (SameSize(b,y) \vee Large(y)))$	
6	$\forall y (Tet(y) \rightarrow (SameSize(b,y) \vee Large(y)))$	Elim $\wedge$ : 5
7	Tet(a) $\rightarrow$ (SameSize(b,a) $\vee$ Large(a))	Elim $\forall$ : 6
8	SameSize(b,a) $\vee$ Large(a)	Elim $\rightarrow$ : 4, 7
9	SameSize(b,a)	
10	$\exists y SameSize(y,a)$	Intr $\exists$ : 9
11	Large(a)	
12	Large(a) $\rightarrow$ $\neg Tet(a)$	Elim $\forall$ : 2
13	$\neg Tet(a)$	Elim $\rightarrow$ : 11, 12
14	$\perp$	Intr $\perp$ : 4, 13
15	$\exists y SameSize(y,a)$	Elim $\perp$ : 14
16	$\exists y SameSize(y,a)$	Elim $\vee$ : 8, 9-10, 11-15
17	$\exists y SameSize(y,a)$	Elim $\exists$ : 1, 5 - 16
18	Tet(a) $\rightarrow$ $\exists y SameSize(y,a)$	Intr $\rightarrow$ : 4 - 17
19	$\forall x (Tet(x) \rightarrow \exists y SameSize(y,x))$	Intr $\forall$ : 3 - 18

4. (3 val) Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respetiva demonstração no sistema de Dedução Natural.

1.	$\exists x (Cube(x) \vee Tet(x))$	
2.	$\forall x \neg Tet(x)$	
3.	a: Cube(a) $\vee$ Tet(a)	
4.	<del>a:</del>	
5.	$\neg Tet(a)$	Elim $\forall$ : 2
6.	<del>Cube(a)</del>	Resolução : 3, 5
7.	$\forall x Cube(x)$	Intr $\forall$ : 4 - 6
8.	$\forall x Cube(x)$	Elim $\exists$ : 1, 3 - 7

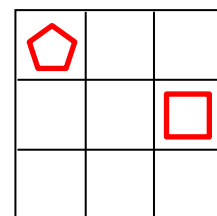
a) Indique todos os erros da demonstração acima, justificando.

**Erros:**

**Erro 1.** Na linha 6, a obtenção de **Cube(a)** é feita através da regra de resolução, que não é uma regra do sistema de Dedução Natural. No entanto, este erro não influencia a validade da demonstração, pois essa regra é válida (embora não esteja definida no sistema de Dedução Natural).

**Erro 2.** O erro principal ocorre na linha 4, já que o nome escolhido deveria ser arbitrário, o que não acontece, já que ele foi atribuído ao objeto mencionado na cláusula 1. Assim sendo, o resultado **Cube(a)** não se pode generalizar!

b) Apresente no quadro em baixo um contraexemplo que mostre que o argumento não é válido.



5. (2 val) O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

1	$\forall x (Cube(x) \rightarrow Small(x))$
2	$\forall x (Tet(x) \rightarrow Large(x))$
3	$\exists x Medium(x) \rightarrow \exists x Dodec(x)$

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário utilizar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

**Nota:** 2 respostas erradas cancelam uma resposta certa, mas a classificação da questão nunca será negativa.

- $\forall x (Large(x) \vee Medium(x) \vee Small(x))$
- $\neg \exists x (Large(x) \wedge Medium(x))$
- $\neg \exists x (Large(x) \wedge Small(x))$
- $\neg \exists x (Medium(x) \wedge Small(x))$
- $\forall x (Tet(x) \vee Cube(x) \vee Dodec(x))$
- $\neg \exists x (Tet(x) \wedge Cube(x))$
- $\neg \exists x (Tet(x) \wedge Dodec(x))$
- $\neg \exists x (Cube(x) \wedge Dodec(x))$

6. (5 val) Valide o seguinte argumento apresentando a respetiva demonstração no sistema de Dedução Natural.

1	$\exists x (Tet(x) \wedge Large(x))$	
2	$\forall x \forall y ((Tet(x) \wedge Dodec(y)) \rightarrow \exists z Between(z, x, y))$	
3	<b>b:</b>	
4	<b>Dodec(b)</b>	
5	<b>a: Tet(a) <math>\wedge</math> Large(a)</b>	
6	<b>Tet(a)</b>	<b>Elim <math>\wedge</math> : 5</b>
7	<b>Tet(a) <math>\wedge</math> Dodec(b)</b>	<b>Intr <math>\wedge</math> : 4, 6</b>
8	<b>(Tet(a) <math>\wedge</math> Dodec(b)) <math>\rightarrow</math> <math>\exists z Between(z, a, b)</math></b>	<b>Elim <math>\forall</math> : 2</b>
9	<b><math>\exists z Between(z, a, b)</math></b>	<b>Elim <math>\rightarrow</math> : 7, 8</b>
10	<b><math>\exists y \exists z Between(z, y, b)</math></b>	<b>Intr <math>\exists</math> : 9</b>
11	<b><math>\exists y \exists z Between(z, y, b)</math></b>	<b>Elim <math>\exists</math> : 1, 5 - 10</b>
12	<b>Dodec(b) <math>\rightarrow</math> <math>\exists y \exists z Between(z, y, b)</math></b>	<b>Intr <math>\rightarrow</math> : 4 - 11</b>
13	<b><math>\forall x (Dodec(x) \rightarrow \exists y \exists z Between(z, y, x))</math></b>	<b>Intr <math>\forall</math> : 3 - 12</b>