

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2019/ 20 – 3.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:	n.º:
-------	------

1. (3 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Só os cubos têm blocos entre eles.

b) Nem todos os blocos que estão numa mesma linha têm a mesma forma.

c) Alguns blocos grandes são tetraedros ou estão à frente de cubos.

d) Existe uma linha e uma coluna que apenas são ocupadas por um cubo.

e) Os blocos têm todas formas ou tamanhos diferentes.

f) Não existem tetraedros pequenos exceto os que estão ao lado de um cubo.

2. (3 val) Considerando a linguagem dos Mundos de Tarski (num tabuleiro de 3 × 3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições:

1. $\text{Cube}(c) \wedge \forall x (\text{Dodec}(x) \rightarrow \text{LeftOf}(x, c))$

2. $\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow \exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{FrontOf}(x, y)))$

3. $\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \forall y (\text{Cube}(y) \rightarrow \neg \text{Adjoins}(x, y)))$

4. $\neg \exists x \exists y (\text{Dodec}(x) \wedge \text{Tet}(y) \wedge \neg \text{RightOf}(x, y))$

5. $\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{BackOf}(x, y)))$

6. $\forall x \forall y ((\text{Cube}(x) \wedge \text{Tet}(y)) \rightarrow \text{SameRow}(x, y))$

3. (4 val) Preencha as caixas assinaladas para completar a demonstração no sistema de Dedução Natural

1	$\exists x (Cube(x) \wedge \forall y (Tet(y) \rightarrow (SameSize(x,y) \vee Large(y))))$	
2	$\forall x (Large(x) \rightarrow \neg Tet(x))$	
3	a:	
4	Tet(a)	
5	b: $Cube(b) \wedge \forall y (Tet(y) \rightarrow (SameSize(b,y) \vee Large(y)))$	
6	$\forall y (Tet(y) \rightarrow (SameSize(b,y) \vee Large(y)))$	
7		Elim \forall : 6
8		Elim \rightarrow : 4, 7
9	SameSize(b,a)	
10	$\exists y SameSize(y,a)$	
11		
12	Large(a) \rightarrow $\neg Tet(a)$	Elim \forall : 2
13	$\neg Tet(a)$	Elim \rightarrow : 11, 12
14	\perp	Intr \perp : 4, 13
15	$\exists y SameSize(y,a)$	
16		
17	$\exists y SameSize(y,a)$	
18		Intr \rightarrow : 4 - 17
19	$\forall x (Tet(x) \rightarrow \exists y SameSize(y,x))$	

4. (3 val) Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respetiva demonstração no sistema de Dedução Natural.

1.	$\exists x (Cube(x) \vee Tet(x))$	
2.	$\forall x \neg Tet(x)$	
3.	a: $Cube(a) \vee Tet(a)$	
4.	a:	
5.	$\neg Tet(a)$	Elim \forall : 2
6.	Cube(a)	Resolução : 3, 5
7.	$\forall x Cube(x)$	Intr \forall : 4 - 6
8.	$\forall x Cube(x)$	Elim \exists : 1, 3 - 7

a) Indique todos os erros da demonstração acima, justificando.

Erros:

b) Apresente no quadro em baixo um contraexemplo que mostre que o argumento não é válido.

5. (2 val) O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

1	$\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \text{Small}(x))$
2	$\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow \text{Large}(x))$
3	$\exists x \text{Medium}(x) \rightarrow \exists x \text{Dodec}(x)$

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário utilizar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

Nota: 2 respostas erradas cancelam uma resposta certa, mas a classificação da questão nunca será negativa.

- $\forall x (\text{Large}(x) \vee \text{Medium}(x) \vee \text{Small}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Medium}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Medium}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- $\forall x (\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x) \vee \text{Dodec}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Cube}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$

6. (5 val) Valide o seguinte argumento apresentando a respetiva demonstração no sistema de Dedução Natural.

1	$\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Large}(x))$
2	$\forall x \forall y ((\text{Tet}(x) \wedge \text{Dodec}(y)) \rightarrow \exists z \text{Between}(z, x, y))$
$\forall x (\text{Dodec}(x) \rightarrow \exists y \exists z \text{Between}(z, y, x))$	