

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2019 / 20 – 1º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

nº:

1. (2.5 val) Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com um tabuleiro de 3×3 casas)

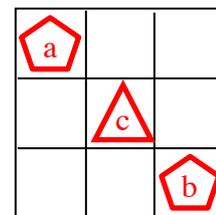
a) Desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes fórmulas

1. $\text{LeftOf}(a, b) \vee \text{LeftOf}(c, b)$

2. $\text{Between}(c, a, b) \wedge \text{Tet}(c)$

3. $\text{SameShape}(a, b) \wedge \neg \text{SameShape}(a, c)$

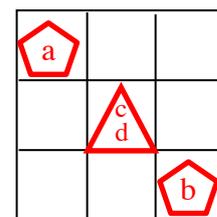
4. $\text{FrontOf}(b, c) \wedge \neg \text{Cube}(a)$



b) Verifique se a fórmula $\text{Between}(d, a, b)$ é satisfazível em conjunto com as anteriores. Se sim indique uma adaptação do mundo em que todas as fórmulas sejam satisfeitas, e se essa adaptação é única; caso contrário explique sucintamente porquê.

A fórmula é satisfazível.

Num tabuleiro com 3 casas, se o bloco **c** está entre os blocos **a** e **b** que estão em linhas e colunas diferentes, então **c** tem de estar na posição central. Nesse caso qualquer bloco que esteja entre os blocos **a** e **b** também tem de estar na casa central. Desta forma é possível que **d** esteja entre **a** e **b**, mas apenas se for o mesmo bloco que o **c**.



2. (2.0 val) Traduza as seguintes frases para fórmulas na linguagem do Mundo de Tarski.

a) Nenhum dos blocos **a**, **b** e **c** é um cubo.

$\neg \text{Cube}(a) \wedge \neg \text{Cube}(b) \wedge \neg \text{Cube}(c)$

b) Um dos blocos **a** ou **b** é grande, mas apenas um deles.

$(\text{Large}(a) \wedge \neg \text{Large}(b)) \vee (\neg \text{Large}(a) \wedge \text{Large}(b))$

c) Os blocos **a** e **b** estão na mesma linha, mas não na mesma coluna.

$\text{SameRow}(a, b) \wedge \neg \text{SameCol}(a, b)$

d) Um dos blocos **a** e **b** está à esquerda do outro.

$\neg \text{SameCol}(a, b)$

3. (3.0 val) Considere as seguintes frases

- A prancha do Ivo é longa, mas a do Miguel não.
- Não é verdade que ambos gostem de surfar na Caparica.
- A casa do Ivo está a 10 km da Caparica, mas a da Rita é mais perto.
- O Miguel e a Rita são do mesmo curso, mas o Ivo não.

a) Apresente uma assinatura $\Sigma = \langle NP, NF_0 \cup NF_1 \rangle$ de uma linguagem de 1ª ordem que lhe permita escrever fórmulas de 1ª ordem correspondentes

<i>NF₀: Constantes</i>	<i>NF₁: Funções</i>	<i>NP: Predicados</i>
ivo, miguel, rita, caparica, surf, 10	pranchaDe/1 casaDe/1 distânciaDe/2 cursoDe/1	Gostar/3 Longa/1 =/2, >/2

b) Traduza para fórmulas de 1ª ordem as frases acima indicadas:

i) A prancha do Ivo é longa, mas a do Miguel não.

Longa (pranchaDe (ivo)) \wedge \neg Longa (pranchaDe (miguel))

ii) Não é verdade que ambos gostem de surfar na Caparica.

\neg Gostar (ivo, surf, caparica) \vee \neg Gostar (miguel, surf, caparica)

iii) A casa do Ivo está a 10 km da Caparica, mas a da Rita é mais perto.

**distânciaDe (casaDe (ivo), caparica) = 10 \wedge
distânciaDe (casaDe (ivo), Caparica) > distânciaDe (casaDe (rita), caparica)**

iv) O Miguel e a Rita são do mesmo curso, mas o Ivo não.

curso (miguel) = curso (rita) \wedge \neg curso (ivo) = curso (rita)

4. (3.0 val)

a) Indique no quadro (com V, P e F, respectivamente) se, nos diferentes níveis de análise (Tautológico -TT, Lógico - FO e Analítico - TW) as fórmulas abaixo são Verdades, meras Possibilidades ou Falsidades.

Nota 1: Uma Verdade deve ser indicada com **V** e não com **P** (embora o seja).

Nota 2: 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação nesta pergunta não pode ser negativa.

Cube (a) \wedge Tet (b) \wedge a \neq b
 \neg Cube (a) \vee a \neq b \vee Cube (b)
 Dodec (a) \wedge Tet (b) \wedge SameShape (a, b)

TT	FO	TW
P	P	P
P	V	V
P	P	F

b) Indique, se houver, uma proposição F-TW e igualmente F-FO, mas não F-TT. Caso contrário escreva impossível

Cube (a) \wedge a = b \wedge \neg Cube (b)

5. (2.0 val) Para os argumentos abaixo, indique se são válidos, justificando informalmente a resposta.

- a) Todos os animais do jardim zoológico de Cabanelas nasceram já em cativeiro. Mas existem vários zoológicos que aceitam ou recuperam animais nascidos na natureza e que, por algum motivo, foram capturados (por terem ficado órfãos, caído em armadilhas ou simplesmente caçados para venda). Este gorila veio de um zoológico. Assim, ou já nasceu em cativeiro, ou veio de outro zoológico que não o de Cabanelas.

Argumento Válido ? Sim: <input checked="" type="checkbox"/> Não: <input type="checkbox"/>	Justificação:
<p>Nas premissas afirma-se que todos os animais do zoológico de Cabanelas já nasceram em cativeiro. O gorila, que veio de um zoológico, ou veio do zoológico de Cabanelas ou não. Se veio do zoológico de Cabanelas já nasceu em cativeiro. Se não, então veio de um zoológico que não o de Cabanelas, já que sabemos que veio de um zoológico.</p> <p>Portanto, em ambos os casos, o gorila ou nasceu em cativeiro ou veio de um zoológico que não o de Cabanelas, o que valida o raciocínio.</p>	

- b) Num restaurante caro os pratos são mais caros que os pratos semelhantes num restaurante barato. Além disso, os preços ao jantar são geralmente mais caros que os preços ao almoço, já que neste caso costuma haver promoções. A Maria foi jantar a um restaurante caro. Portanto pagou mais do que o Manuel pagou ao almoçar num restaurante barato.

Argumento Válido ? Sim: <input type="checkbox"/> Não: <input checked="" type="checkbox"/>	Justificação:
<p>Nas premissas deste argumento afirma-se que os preços de pratos correspondentes são mais caros nos restaurantes caros que nos baratos. Além do mais os preços ao jantar são mais caros que ao almoço. Portanto se a Maria comesse, num jantar num restaurante caro, pratos <u>semelhantes</u> aos que o Manuel comeu, num almoço num restaurante barato, então ela pagaria mais.</p> <p>No entanto se não tivessem feito refeições semelhantes, por exemplo, a Maria fez um jantar ligeiro no restaurante caro e o Manuel um almoço completo no restaurante barato, já não se poderia concluir que a conclusão fosse verdadeira, apesar das premissas o serem.</p>	

6. (2.0 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski, indique (com S para sim e N para não) se os seguintes argumentos são válidos tautologicamente (Val-TT), logicamente (Val-FO) e/ou analiticamente nos mundos de Tarski (Val-TW).

Nota: 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação da pergunta não pode ser negativa.

{Premissa 1, ..., Premissa n } \models Conclusão

{ Cube (a) , a \neq b } \models \neg Cube (b)

{ Cube (a) , Cube (b) } \models SameShape (a, b)

{ Cube (a) , \neg Cube (b) } \models a \neq b

Val-TT	Val-FO	Val-TW
N	N	N
N	N	S
N	S	S

7. (2.5 val) a) Preencha a tabela de verdade relativa às fórmulas P1 e P2 abaixo indicadas

$$P1: \neg(A \wedge B) \vee C \quad \text{e} \quad P2: \neg A \vee \neg C$$

A	B	C	$\neg(A \wedge B)$	$\vee C$	$\neg A$	\vee	$\neg C$
V	V	V	F	V	V	F	F
V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V
F	V	V	V	F	V	V	F
F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	F
F	F	F	V	F	V	V	V

b) Com base na tabela assinalada na caixa e justifique qual a relação *tautológica* entre P1 e P2

P1 é consequência de P2

P2 é consequência de P1

P1 e P2 são Equivalentes

Nenhuma das anteriores

Justificação:

A interpretação $\{A=V, B=V, C=V\}$ que torna a fórmula **P1** verdadeira, mas **P2** falsa. Logo P2 **não é** consequência tautológica de **P1**.

Por outro lado, a interpretação $\{A=V, B=V, C=F\}$ torna a fórmula **P2** verdadeira, mas **P1** falsa. Logo **P1 não é** consequência tautológica de **P1**.

8. (3.0 val) Converta a fórmula seguinte (com parênteses retos e chavetas para aumentar a legibilidade) para as formas normais conjuntiva (CNF) e disjuntiva (DNF), simplificando-as da forma mais conveniente:

$$\{\neg B \wedge [\neg(A \vee \neg C) \vee A]\} \vee [A \wedge \neg(\neg B \wedge C)]$$

1 : $\{\neg B \wedge [\neg(A \vee \neg C) \vee A]\} \vee [A \wedge \neg(\neg B \wedge C)]$

1 \Leftrightarrow $\{\neg B \wedge [(\neg A \wedge \neg\neg C) \vee A]\} \vee [A \wedge (\neg\neg B \vee \neg C)]$ Leis de Morgan

2 \Leftrightarrow $\{\neg B \wedge [(\neg A \wedge C) \vee A]\} \vee [A \wedge (B \vee \neg C)]$ Dupla Negação

3 \Leftrightarrow $\{\neg B \wedge [A \vee (\neg A \wedge C)]\} \vee [A \wedge (B \vee \neg C)]$ Comutação

4 \Leftrightarrow $[\neg B \wedge (A \vee C)] \vee [A \wedge (B \vee \neg C)]$ Absorção

5 \Leftrightarrow $[(\neg B \wedge A) \vee (\neg B \wedge C)] \vee [(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg C)]$ Distribuição

6 \Leftrightarrow $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \vee (A \wedge \neg C) \vee (\neg B \wedge C)$ Associação e Comutação

Esta fórmula já está na forma DNF (disjunção de 4 monómios de 2 literais), mas pode ser simplificada

7 \Leftrightarrow $(A \wedge (B \vee \neg B)) \vee (A \wedge \neg C) \vee (\neg B \wedge C)$ Distribuição

8 \Leftrightarrow $(A \wedge T) \vee (A \wedge \neg C) \vee (\neg B \wedge C)$ Tautologia

9 \Leftrightarrow $A \vee (A \wedge \neg C) \vee (\neg B \wedge C)$ Elemento Neutro

10 \Leftrightarrow $A \vee (\neg B \wedge C)$ Eliminação

Esta fórmula, em não pode ser simplificada, e pode ser convertida em CNF

11 \Leftrightarrow $(A \vee \neg B) \wedge (A \vee C)$ Distribuição