Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2017/ 18 – 4.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:	**n.º:**

1. **(2.5 vals)** Considere o conjunto *S* de cláusulas Horn abaixo.

1. $(F \wedge D) \rightarrow H$	6. $(A \wedge C) \rightarrow I$
2. $(B \wedge E) \rightarrow H$	7. $C \rightarrow F$
3. $G \rightarrow A$	8. $(I \wedge H) \rightarrow \bot$
4. $(F \wedge C) \rightarrow D$	9. $(A \wedge B) \rightarrow \bot$
5. $C \rightarrow G$	10. $\top \rightarrow C$

a) Mostre que o sistema é insatisfazível, indicando com = **T** os átomos que deveriam ser verdadeiros em qualquer interpretação que satisfaça as cláusulas de S (incluindo naturalmente o átomo $\bot$) .

A =	B =	C =	D =	E =
F =	G =	H =	I =	$\bot$ =

b) Mostre que retirando apenas uma das cláusulas acima o conjunto se tornaria satisfazível. Justifique.

2. **(3.5 vals)** Mostre por resolução a validade do seguinte argumento em lógica proposicional.

P1	$A \rightarrow (C \vee D)$
P2	$B \leftrightarrow (C \wedge D)$
P3	$C \leftrightarrow D$
Z	$A \rightarrow B$

a) Coloque as premissas e a negação da conclusão (Z) na forma clausal.

b) Mostre que as cláusulas obtidas em a) são inconsistentes, derivando por resolução a cláusula vazia.

3. (2 vals) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições:

a) Alguns cubos são maiores que todos os tetraedros à sua esquerda.

b) Tetraedros em linhas diferentes têm tamanhos diferentes.

c) Existem blocos pequenos, a menos que existam blocos que são cubos.

d) Os dodecaedros não têm blocos maiores que eles nas colunas em que estão colocados.

e) Não há mais do que um bloco que seja grande (Sugestão: Utilize o predicado de igualdade).

4. (1.5 vals) Converta as fórmulas para a forma Prenex com a matriz na forma normal conjuntiva (CNF).

a) `∀x ((Tet(x) ∧ ∃y ∃z Between(x,y,z)) → Large(x))`

b) `¬∃x (Dodec(x) ∧ ∀y SameRow(x,y))`

c) `∀x Small(x) → ∃y Cube(y)`

5. (2 vals) Coloque na forma clausal, incluindo a Skolemização, as seguintes fórmulas Prenex:

a) `∃x ∀y (Cube(x) ↔ ¬FrontOf(y,x))`

b) `∀x ∃y (Cube(x) → (SameSize(x,y) ∧ SameCol(x,y)))`

6. (1 val) Obtenha a substituição mais geral σ que unifique os dois termos abaixo. Indique qual o termo obtido quando se aplica essa substituição a qualquer um dos termos unificados.

T1: Between(x, f(y), g(x,y)) **T2: Between(h(z),z, w)**

substituição σ =

T1 σ = T2 σ =

7. (5 vals) Mostre por resolução a validade do seguinte argumento de lógica de predicados de 1ª ordem.

P1	$\forall x\ ((\mathbf{Cube}(x) \wedge \exists y\ \mathbf{FrontOf}(x,y)) \rightarrow \mathbf{Large}(x))$
P2	$\forall x\ ((\mathbf{Large}(x) \vee \mathbf{Medium}(x)) \rightarrow \mathbf{Dodec}(x))$
P3	$\neg \exists x\ (\mathbf{Cube}(x) \wedge \mathbf{Dodec}(x))$
C	$\neg \exists x\ \exists y\ (\mathbf{Cube}(x) \wedge \mathbf{FrontOf}(x,y))$

a) Coloque as premissas e a negação da conclusão na forma clausal

b) Mostre que as cláusulas obtidas são inconsistentes, derivando por resolução a cláusula vazia.

8. (2.5 vals) Notando que os números $1^3 + 2*1 = 3$, $2^3 + 2*2 = 12$, $3^3 + 2*3 = 33$ são todos divisíveis por 3, prove por indução sobre os números naturais, que qualquer número da forma $\mathbf{n^3+2n}$ ($n \geq 1$) é divisível por 3.
Sugestão: Tenha em conta o binómio de Newton : $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Passo Base:

Passo de Indução: