

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2017 / 18 – 3.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:	n.º:
-------	------

1. (3 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Alguns cubos não estão à frente de um dos tetraedros.

--

b) Todos os tetraedros estão à esquerda de todos os dodecaedros, exceto do dodecaedro **b**.

--

c) Todos os pares de cubos têm um dodecaedro entre si.

--

d) Apenas tetraedros grandes estão à direita de um dos cubos.

--

e) Todos os cubos com um bloco à sua frente são pequenos.

--

f) Não há blocos entre dois tetraedros.

--

2. (3 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições:

1. $\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \forall y (x \neq y \rightarrow (\text{RightOf}(y, x) \wedge \neg \text{FrontOf}(y, x))))$

2. $\text{Cube}(c) \wedge \forall x (x \neq c \rightarrow \text{FrontOf}(x, c))$

3. $\forall x ((\neg \text{Dodec}(x) \wedge \neg \text{Cube}(x)) \rightarrow x = a)$

4. $\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \neg \exists y (x \neq y \wedge \text{SameShape}(x, y)))$

5. $\neg \forall x \forall y \forall z \neg \text{Between}(x, y, z)$

6. $\exists x (\text{Dodec}(x) \wedge \exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{BackOf}(x, y) \wedge \text{LeftOf}(x, y)))$

3. (4 val) Preencha as caixas assinaladas para completar a demonstração no sistema de Dedução Natural

1	$\forall x (Tet(x) \rightarrow \exists y FrontOf(y, x))$	
2	$\forall x \forall y (FrontOf(x, y) \rightarrow Large(y))$	
3	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>	
4	a:	
5	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>	
6	$Tet(a) \rightarrow \exists y FrontOf(y, a)$	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>
7	$\exists y FrontOf(y, a)$	Elim \rightarrow : 5, 6
8	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>	
9	$\forall y (FrontOf(b, y) \rightarrow Large(y))$	Elim \forall : 2
10	$FrontOf(b, a) \rightarrow Large(a)$	Elim \forall : 9
11	$Large(a)$	Elim \rightarrow : 8, 10
12	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>
13	\perp	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>
14	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>
15	$\neg Tet(a)$	Intr \neg : 5 - 14
16	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>
17	$\neg \exists x Large(x) \rightarrow \forall x \neg Tet(x)$	<div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>

4. (3 val) Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respetiva demonstração.

1.	$\forall x (\exists y Adjoins(x, y) \rightarrow Cube(x))$	
2.	$\exists x \neg Cube(x)$	
3.	a:	
4.	$\exists y Adjoins(a, y)$	
5.	$Cube(a)$	Elim \rightarrow : 1, 4
6.	$\exists x Cube(x)$	Intr \exists : 5
7.	\perp	Intr \perp : 2, 6
8.	$\neg \exists y Adjoins(a, y)$	Intr \neg : 4 - 7
9.	$\forall x \neg \exists y Adjoins(x, y)$	Intr \forall : 3 - 8

a) Indique todos os erros da demonstração acima, justificando.

Erros:

b) Apresente no quadro em baixo um contraexemplo que mostre que o argumento não é válido.

5. (2 val) O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

1	$\forall x (\text{Small}(x) \rightarrow \text{Cube}(x))$
2	$\forall x (\text{Large}(x) \rightarrow \text{Tet}(x))$
3	$\exists x \text{Dodec}(x) \rightarrow \exists x \text{Medium}(x)$

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário utilizar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

Nota: 2 respostas erradas cancelam uma resposta certa, mas a classificação da questão nunca será negativa.

- $\forall x (\text{Large}(x) \vee \text{Medium}(x) \vee \text{Small}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Medium}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Medium}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- $\forall x (\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x) \vee \text{Dodec}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Cube}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$

6. (5 val) Valide o seguinte argumento apresentando a respetiva demonstração.

1	$\forall x ((\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x)) \rightarrow \exists y \text{FrontOf}(x,y))$
2	$\forall x (\exists y \text{FrontOf}(x,y) \rightarrow \text{Small}(x))$
	$\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \neg \text{Small}(x))$