

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2017 / 18 – 1º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

nº:

1. (2.5 val) Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com um tabuleiro de 3×3 casas)

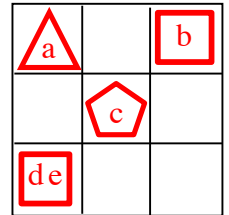
a) Desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes fórmulas

1. $\text{Tet}(a) \wedge \text{Cube}(b) \wedge \text{SameRow}(a,b) \wedge \text{LeftOf}(a,b)$

2. $\text{Dodec}(c) \wedge \text{Between}(c,b,d) \wedge \text{FrontOf}(c,a)$

3. $\text{Cube}(d) \wedge \text{SameCol}(a,d)$

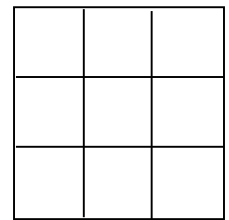
4. $\neg(\neg\text{Cube}(e) \vee \neg\text{SameCol}(a,e) \vee \text{SameRow}(c,e))$



b) Verifique se a fórmula $\text{Dodec}(f) \wedge \text{RightOf}(c,f) \wedge \text{BackOf}(f,c)$ é satisfazível em conjunto com as anteriores. Se sim indique uma adaptação do mundo em que todas as fórmulas sejam satisfeitas, e se essa adaptação é única; caso contrário explique sucintamente porquê.

A fórmula não é satisfazível já que obrigaria o bloco f a ocupar a mesma casa que o bloco a.

Mas isso não é possível pois o bloco a é um cubo e o bloco f seria um dodecaedro.



2. (2.0 val) Traduza as seguintes frases para fórmulas na linguagem do Mundo de Tarski.

a) É falso que os blocos **a** e **c** tenham a mesma forma e o mesmo tamanho.

$$\neg(\text{SameShape}(a,c) \wedge \text{SameSize}(a,c))$$

b) Um dos blocos **a** ou **b** está na mesma posição que o bloco **c**.

$$a = c \vee b = c$$

c) O bloco **b** está entre os blocos **a** e **c** que não são ambos maiores que ele.

$$\text{Between}(b,a,c) \wedge (\neg\text{Larger}(a,b) \vee \neg\text{Larger}(c,b))$$

d) Um e apenas um dos blocos **a** e **b** é um cubo.

$$(\text{Cube}(a) \wedge \neg\text{Cube}(b)) \vee (\text{Cube}(b) \wedge \neg\text{Cube}(a))$$

3. (3.0 val) Considere as seguintes frases

- Madrid tem mais habitantes que Lisboa.
- Lisboa é a capital de Portugal, mas não tem um milhão de habitantes.
- Portugal faz fronteira com Espanha, mas não com a França.
- As capitais de Portugal e Espanha distam mais de 500 km.

a) Apresente uma assinatura $\Sigma = \langle NP, NF_0 \cup NF_1 \rangle$ de uma linguagem de 1ª ordem que lhe permita escrever fórmulas de 1ª ordem correspondentes

NF_0 : Constantes	NF_1 : Funções	NP: Predicados
madrid, lisboa, portugal, frança, espanha, 500, 1000000	numeroHabitantes /1 capitalDe/1 distânciaDe/2	FazFronteira/2 =/2, >/2

b) Traduza para fórmulas de 1ª ordem as frases acima indicadas:

i) Madrid tem mais habitantes que Lisboa.

numeroHabitantes(madrid) > numeroHabitantes(lisboa)

ii) Lisboa é a capital de Portugal, mas não tem um milhão de habitantes.

capitalDe(portugal) = lisboa \wedge numeroHabitantes(lisboa) \neq 1000000

iii) Portugal faz fronteira com Espanha, mas não com a França.

FazFronteira(portugal, espanha) \wedge \neg FazFronteira(Portugal, frança)

iv) As capitais de Portugal e Espanha distam mais de 500 km.

distancia(capitalDe(portugal), capitalDe(espanha)) > 500

4. (3.0 val) a) Indique no quadro (com V, P e F, respectivamente) se, nos diferentes níveis de análise (Tautológico -TT, Lógico - FO e Analítico - TW) as fórmulas abaixo são Verdades, meras Possibilidades ou Falsidades.

Nota 1: Uma Verdade deve ser indicada com **V** e não com **P** (embora o seja).

Nota 2: 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação nesta pergunta não pode ser negativa.

- $\neg(\text{Cube}(a) \wedge \text{Dodec}(b) \wedge a = b)$
- $\text{Cube}(a) \wedge a = b \wedge \neg\text{Cube}(b)$
- $\text{Cube}(a) \wedge \text{Tet}(b) \wedge \text{LeftOf}(a, b)$

TT	FO	TW
P	P	V
P	F	F
P	P	P

b) Indique, se houver, uma proposição P-TW que seja F-TT. Caso contrário escreva impossível

Impossível

c) Indique, se houver, uma proposição F-FO que seja P-TT. Caso contrário escreva impossível.

C(a) \wedge a = b \wedge \neg C(b)

5. (2.0 val) Para os argumentos abaixo, indique se são válidos, justificando informalmente a resposta.

- a) Na marisqueira "Petiscos do Mar" os pratos de marisco são mais caros que os pratos de carne, excepto no caso dos bifés de lombo, que são mais caros que todos os pratos de marisco, excepto os pratos de lagosta. O João pediu um prato de marisco e o José um prato de carne, e foi tudo o que eles pediram. Como o José pagou mais que o João, então nem o João pediu lagosta nem o José pediu frango.

Argumento Válido ? Sim: Não:

Justificação: O argumento é válido, como se pode demonstrar por contradição.

Se o José pedisse um prato de frango, então sendo este um prato de carne mas não um prato de lombo, seria mais barato que qualquer prato de marisco, pelo que o José não poderá ter pedido um prato de frango.

Por outro lado, os pratos de lagosta são mais caros que qualquer prato de carne, incluindo os pratos de bife do lombo. Assim sendo, se o João pagou menos que o José, não poderá ter pedido um prato de lagosta.

Assim sendo, nem o João pediu frango, nem o José pediu lagosta.

- b) Quanto mais estrelas Michelin têm, mais caros são os restaurantes. O casal Silva foi jantar à cervejaria "Petiscos do Mar", sem qualquer estrela Michelin, e o casal Albuquerque, foi jantar ao restaurante "Chez Bernard", que tem duas estrelas. Logo o casal Albuquerque pagou mais que o casal Silva.

Argumento Válido ? Sim: Não:

Justificação: O argumento não é válido sendo possível criar um contra-exemplo que satisfaz as premissas mas não a conclusão.

Assim, um restaurante é mais caro que o outro quando um menu semelhante é em média mais caro. Mas se os casais pediram menus não comparáveis, então a relação de preços pode não se verificar.

Por exemplo, se o casal Silva comeu lagosta com vinhos caros, pode ter pago mais que o casal Albuquerque que não bebeu vinho e pediu um prato de massas).

6. (2.0 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski, indique (com S para sim e N para não) se os seguintes argumentos são válidos tautologicamente (Val-TT), logicamente (Val-FO) e/ou analiticamente nos mundos de Tarski (Val-TW).

Nota: 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação da pergunta não pode ser negativa.

{Premissa 1, ..., Premissa n } \models Conclusão

{ Cube (a) , Cube (b) } \models a \neq b

{ Between (a, b, c) } \models a \neq b

{ Cube (a) , \neg Cube (b) } \models a \neq b

Val-TT	Val-FO	Val-TW
N	N	N
N	N	S
N	S	S

7. (2.5 val) a) Preencha a tabela de verdade relativa às fórmulas P1 e P2 abaixo indicadas

P1: $\neg A \vee (B \wedge C)$ e P2: $B \wedge (\neg A \vee \neg C)$

A	B	C	$\neg A \vee (B \wedge C)$	$B \wedge (\neg A \vee \neg C)$
V	V	V	F V V	V F F F F
V	V	F	F F F	V V F V V
V	F	V	F F F	F F F F F
V	F	F	F F F	F F F V V
F	V	V	V V V	V V V V F
F	V	F	V V F	V V V V V
F	F	V	V V F	F F V V F
F	F	F	V V F	F F V V V

b) Com base na tabela assinalada na caixa e justifique qual a relação *tautológica* entre P1 e P2

- P1 é consequência de P2 P2 é consequência de P1
 P1 e P2 são Equivalentes Nenhuma das anteriores

Justificação:

Existe uma interpretação, $\{A=V, B=V, C=F\}$, que torna a fórmula P2 verdadeira mas P1 falsa. Logo P1 **não** é consequência tautológica de P2.

Outra interpretação, $\{A=F, B=F, C=V\}$ torna P1 verdadeira mas P2 falsa, logo P2 também **não** é uma consequência tautológica de P1.

8. (3.0 val) Converta a fórmula seguinte (com chavetas e parênteses retos para aumentar a legibilidade) para uma das formas normais conjuntiva (CNF) ou disjuntiva (DNF), simplificando-as da forma mais conveniente:

$$\neg \{ [\neg(\neg A \vee \neg D) \vee (C \wedge D)] \wedge (\neg A \vee B) \}$$

- 1 $\Leftrightarrow \neg \{ [\neg(\neg A \vee \neg D) \vee (C \wedge D)] \wedge (\neg A \vee B) \}$
- 2 $\Leftrightarrow \neg[\neg(\neg A \vee \neg D) \vee (C \wedge D)] \vee \neg(\neg A \vee B)$ de Morgan
- 3 $\Leftrightarrow [\neg\neg(\neg A \vee \neg D) \wedge \neg(C \wedge D)] \vee (\neg\neg A \wedge \neg B)$ de Morgan
- 4 $\Leftrightarrow [(\neg A \vee \neg D) \wedge \neg(C \wedge D)] \vee (A \wedge \neg B)$ Dupla Negação
- 5 $\Leftrightarrow [(\neg A \vee \neg D) \wedge (\neg C \vee \neg D)] \vee (A \wedge \neg B)$ de Morgan
- 6 $\Leftrightarrow \neg D \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B)$ Distribuição

Esta fórmula já está na forma DNF, não podendo ser simplificada. Para obter a CNF

- 7 $\Leftrightarrow (\neg D \vee \neg A \vee A) \wedge (\neg D \vee \neg A \vee \neg B) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee A) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee \neg B)$ Distribuição
- 8 $\Leftrightarrow (\neg D \vee 1) \wedge (\neg D \vee \neg A \vee \neg B) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee A) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee \neg B)$ Tautologia
- 9 $\Leftrightarrow 1 \wedge (\neg D \vee \neg A \vee \neg B) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee A) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee \neg B)$ Elem. Absorvente
- 10 $\Leftrightarrow (\neg D \vee \neg A \vee \neg B) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee A) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee \neg B)$ Elemento Neutro

Esta fórmula, em CNF, pode ser simplificada (opcional):

- 11 $\Leftrightarrow (\neg D \vee \neg A \vee \neg B) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee A) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee \neg B \vee (A \wedge \neg A))$ Elemento Neutro
- 12 $\Leftrightarrow (\neg D \vee \neg A \vee \neg B) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee A) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee \neg B \vee A) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee \neg B \vee \neg A)$ Distribuição
- 13 $\Leftrightarrow (\neg D \vee \neg A \vee \neg B) \wedge (\neg D \vee \neg C \vee A)$ Eliminação