

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2016 / 17 – 3º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:	nº:
-------	-----

1. (3 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Todos os cubos pequenos estão à esquerda do tetraedro **b**.

b) Existem dodecaedros maiores que todos os tetraedros à sua (dos dodecaedros) esquerda.

c) Todos os cubos estão à frente de algum bloco, a menos que (os cubos) sejam grandes.

d) Todos os dodecaedros, e apenas os dodecaedros, não são grandes.

e) Todos os blocos estão em linhas diferentes.

f) O bloco **a** é o único cubo que existe.

2. (3 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições:

1. $\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow \forall y (\neg \text{Tet}(y) \rightarrow \text{BackOf}(x, y)))$

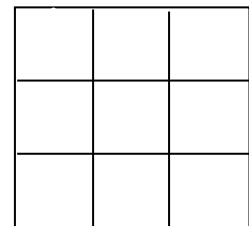
2. $\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \exists y \exists z (\text{Tet}(y) \wedge \text{Between}(x, y, z)))$

3. $\exists x (\text{Dodec}(x) \wedge \forall y (\text{Cube}(y) \rightarrow (\text{LeftOf}(y, x) \wedge \text{BackOf}(y, x))))$

4. $\text{Cube}(c) \wedge \forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow x = c)$

5. $\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{RightOf}(x, c))$

6. $\text{Tet}(a) \wedge \forall x (x \neq a \rightarrow \text{RightOf}(x, a))$



3. (4 val) Complete a demonstração abaixo, preenchendo as caixas assinaladas.

1	$\exists x (Cube(x) \wedge \forall y (\neg Larger(x,y) \rightarrow \neg Tet(y)))$	
2	a:	
3	<div style="border: 1px solid black; width: 250px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div>	
4	b: $Cube(b) \wedge \forall y (\neg Larger(b,y) \rightarrow \neg Tet(y))$	
5	<div style="border: 1px solid black; width: 200px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div>	Elim \wedge : 4
6	$\forall y (\neg Larger(b,y) \rightarrow \neg Tet(y))$	Elim \wedge : 4
7	$\neg Larger(b,a) \rightarrow \neg Tet(a)$	<div style="border: 1px solid black; width: 250px; height: 20px;"></div>
8	<div style="border: 1px solid black; width: 200px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div>	
9	$\neg Tet(a)$	Elim \rightarrow : 7 , 8
10	\perp	<div style="border: 1px solid black; width: 250px; height: 20px;"></div>
11	<div style="border: 1px solid black; width: 250px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div>	Intr \neg : 8 - 10
12	$Larger(b,a)$	<div style="border: 1px solid black; width: 250px; height: 20px;"></div>
13	$Cube(b) \wedge Larger(b,a)$	Intr \wedge : 5 , 12
14	<div style="border: 1px solid black; width: 250px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div>	<div style="border: 1px solid black; width: 250px; height: 20px;"></div>
15	<div style="border: 1px solid black; width: 250px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div>	<div style="border: 1px solid black; width: 250px; height: 20px;"></div>
16	$Tet(a) \rightarrow \exists y (Cube(y) \wedge Larger(y,a))$	Intr \rightarrow : 3 - 15
17	$\forall x (Tet(x) \rightarrow \exists y (Cube(y) \wedge Larger(y,x)))$	<div style="border: 1px solid black; width: 250px; height: 20px;"></div>

4. (3 val) Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respetiva demonstração.

1	$\exists x Tet(x)$	
2	$\forall x \forall y ((Cube(x) \wedge Tet(y)) \rightarrow Large(x))$	
3	a: $Tet(a)$	
4	<div style="border: 1px solid black; width: 200px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div>	
5	$Tet(a) \wedge Cube(b)$	Intr \wedge : 3 , 4
6	$(Cube(b) \wedge Tet(a)) \rightarrow Large(b)$	Elim \forall : 2
7	$Large(b)$	Elim \rightarrow : 5 , 6
8	$Large(b)$	Elim \exists : 1 , 3 - 7
9	$\exists x Large(x)$	Intr \exists : 8

a) Indique todos os erros da demonstração acima, e se introduzem fórmulas que não são consequências válidas no contexto em que ocorrem.

Erros:

b) Apresente no quadro ao lado um contraexemplo que mostre que o argumento não é válido.

5. (2 val) O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

1	$\exists x (Small(x) \vee Medium(x))$
2	$\forall x (Dodec(x) \rightarrow Large(x))$
3	$\exists x (\neg Cube(x) \rightarrow Tet(x))$

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário utilizar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

Nota: 2 respostas erradas cancelam uma resposta certa, mas a classificação da questão nunca será negativa.

- $\forall x (Large(x) \vee Medium(x) \vee Small(x))$
- $\neg \exists x (Large(x) \wedge Medium(x))$
- $\neg \exists x (Large(x) \wedge Small(x))$
- $\neg \exists x (Medium(x) \wedge Small(x))$
- $\forall x (Tet(x) \vee Cube(x) \vee Dodec(x))$
- $\neg \exists x (Tet(x) \wedge Cube(x))$
- $\neg \exists x (Tet(x) \wedge Dodec(x))$
- $\neg \exists x (Cube(x) \wedge Dodec(x))$

6. (5 val) Valide o seguinte argumento apresentando a respetiva demonstração.

1	$\exists x (Tet(x) \wedge \forall y (Dodec(y) \rightarrow Larger(x,y)))$
2	$\forall x \forall y (Larger(x,y) \rightarrow FrontOf(x,y))$
	$\forall x (Dodec(x) \rightarrow \exists y FrontOf(y,x))$