

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2016 / 17 – 2º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

nº:

1. (5 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) O bloco **c** é maior do que alguns, mas não do que todos os tetraedros.

$$\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Larger}(c, x)) \wedge \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \neg \text{Larger}(c, x))$$

b) O bloco **a** é um tetraedro e não há blocos grandes a menos que estejam à sua esquerda (de **a**).

$$\text{Tet}(a) \wedge \forall x (\neg \text{LeftOf}(x, a) \rightarrow \neg \text{Large}(x))$$

c) O bloco **d** é um dodecaedro e nem todos os tetraedros lhe são adjacentes (ao dodecaedro **d**).

$$\text{Dodec}(d) \wedge \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \neg \text{Adjoins}(x, d))$$

d) Todos os blocos que estão entre os blocos **a** e **b** são cubos e não há mais cubos além desses.

$$\forall x (\text{Cube}(x) \leftrightarrow \text{Between}(x, a, b))$$

e) O bloco **c** é um cubo e o **a** um tetraedro, e só blocos atrás do primeiro estão à direita do segundo.

$$\text{Cube}(c) \wedge \text{Tet}(a) \wedge \forall x (\text{RightOf}(x, a) \rightarrow \text{BackOf}(x, c))$$

f) Todos os blocos que estão na mesma coluna que o bloco **b** são maiores que ele.

$$\forall x ((\text{SameCol}(x, b) \wedge x \neq b) \rightarrow \text{Larger}(x, b))$$

g) Os únicos cubos do mesmo tamanho que o bloco **a** são os que estão entre este e o bloco **b**.

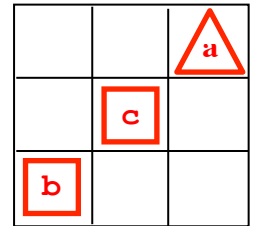
$$\forall x ((\text{Cube}(x) \wedge \text{SameSize}(x, a)) \rightarrow \text{Between}(x, a, b))$$

h) Nenhum dodecaedro maior que o bloco **b** está à frente deste bloco.

$$\neg \exists x (\text{Dodec}(x) \wedge \text{Larger}(x, b) \wedge \text{FrontOf}(x, b))$$

2. (3.5 val) Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiros de 3×3 casas) e desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1. $\text{Cube}(b) \wedge \text{Cube}(c) \wedge \exists x \text{ Between}(c, b, x)$
2. $\neg \exists x (\neg \text{Cube}(x) \wedge \neg \text{Tet}(x))$
3. $\forall x ((\text{SameRow}(x, c) \vee \text{SameCol}(x, c)) \rightarrow x = c)$
4. $\text{FrontOf}(b, c) \wedge \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{RightOf}(x, b))$
5. $\forall x (x \neq a \rightarrow \text{Cube}(x))$



3. (5.0 val) Complete a demonstração abaixo indicada, indicando as fórmulas e as justificações em falta nas caixas em branco.

1	$(A \wedge B) \rightarrow C$	
2	$\neg C \vee \neg D$	
3	$A \wedge D$	
4	D	$\text{Elim } \wedge : 3$
5	$\neg D$	
6	\perp	$\text{Intr } \perp : 4, 5$
7	$\neg C$	$\text{Elim } \perp : 6$
8	$\neg C$	
9	$\neg C$	$\text{Reit} : 8$
10	$\neg C$	$\text{Elim } \vee : 2, 5 - 7, 8 - 9$
11	$A \wedge B$	
12	C	$\text{Elim } \rightarrow : 1, 11$
13	\perp	$\text{Intr } \perp : 10, 12$
14	$\neg(A \wedge B)$	$\text{Intr } \neg : 11 - 13$
15	B	
16	A	$\text{Elim } \wedge : 3$
17	$A \wedge B$	$\text{Intr } \wedge : 15, 16$
18	\perp	$\text{Intr } \perp : 14, 17$
19	$\neg B$	$\text{Intr } \neg : 15 - 18$
20	$(A \wedge D) \rightarrow \neg B$	$\text{Intr } \rightarrow : 3 - 19$

4. (2.5 val) Considere o seguinte argumento e sua demonstração (usando a linguagem de Tarski).

a) Verifique que a demonstração está *errada*, e indique o(s) passo(s) em que as regras do sistema de Dedução Natural não foram corretamente utilizadas. Esses passos invalidam a demonstração?

1.	$Tet(a) \vee Cube(b)$	
2.	$Tet(a) \rightarrow \neg Cube(b)$	
3.	$\neg Tet(a)$	
4.	$Tet(a)$	
5.	\perp	Intr \perp : 3, 4
6.	$Cube(b)$	
7.	$\neg Tet(a)$	Elim \rightarrow : 2, 6
8.	\perp	Intr \perp : 4, 7
9.	\perp	Elim \vee : 1, 4-5, 6-8
10.	$\neg \neg Tet(a)$	Elim \perp : 9
11.	$Tet(a)$	Elim \neg : 10

a	b	

No passo (7), a fórmula não é obtida por eliminação da implicação como é definida no sistema de Dedução Natural. No entanto a fórmula poderia ser obtida corretamente (por exemplo, através de Modus Tollens) e não invalida a demonstração.

No passo 10, a fórmula é obtida por introdução da negação 3 – 9, e não por eliminação da contradição.

O maior erro, que invalida a conclusão, ocorre no passo 8, em que a introdução da contradição é feita com a fórmula 4, que não é visível no contexto desse passo.

b) Indique no tabuleiro ao lado da demonstração, um contraexemplo que mostre que o argumento não é válido.

5. (4.0 val) Mostre que o argumento abaixo é válido, apresentando a respectiva demonstração.

1	$A \rightarrow C$	
2	$\neg C \rightarrow \neg B$	
3	$A \vee B$	
4	A	
5	C	Elim \rightarrow : 1, 4
6	B	
7	$\neg C$	
8	$\neg B$	Elim \rightarrow : 2, 7
9	\perp	Intr \perp : 6, 8
10	$\neg \neg C$	Intr \neg : 7 - 9
11	C	Elim \neg : 10
12	C	Elim \vee : 3, 4 - 5, 6 - 11
13	$(A \vee B) \rightarrow C$	Intr \rightarrow : 3 - 12