

Lógica Computacional

Duração: 1h

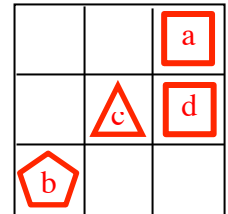
Época de 2016 / 17 – 1º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:	nº:
-------	-----

1. (2.5 val) Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas)

a) Desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes fórmulas

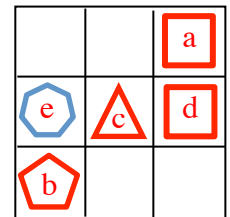
1. $\text{Cube}(a) \wedge \text{SameShape}(a,d) \wedge \neg \text{SameShape}(b,a)$
2. $\text{Between}(c,a,b) \wedge \text{FrontOf}(b,a) \wedge \neg \text{SameShape}(b,c)$
3. $\neg(\neg \text{Adjoins}(a,d) \vee \neg \text{Adjoins}(c,d)) \wedge \text{RightOf}(d,c)$
4. $\neg \text{Cube}(c) \wedge \neg \text{Dodec}(c)$



b) Verifique se a fórmula $\text{SameRow}(c,e) \wedge \text{RightOf}(c,e)$ é satisfazível em conjunto com as anteriores. Se sim indique uma adaptação do mundo em que todas as fórmulas sejam satisfeitas, e se essa adaptação é única; caso contrário explique sucintamente porquê.

A fórmula é satisfazível e obriga a que o bloco e esteja na casa imediatamente ao lado de c (para estar na mesma linha)

A adaptação da solução é pois única, no que respeita à posição do bloco e, mas a sua forma é arbitrária.



2. (2.0 val) Traduza as seguintes frases para fórmulas na linguagem do Mundo de Tarski.

a) Os blocos a e b ou têm a mesma forma ou estão em colunas diferentes.

$\text{SameShape}(a,b) \vee \neg \text{SameCol}(a,b)$

b) O bloco c está entre os blocos a e b mas não está à frente de nenhum deles.

$\text{Between}(c,a,b) \wedge \neg \text{FrontOf}(c,a) \wedge \neg \text{FrontOf}(c,b)$

c) O bloco a está à esquerda de pelo menos um dos blocos b ou c que, na realidade, são o mesmo bloco.

$(\text{LeftOf}(a,b) \vee \text{LeftOf}(a,c)) \wedge b = c$

d) Um dos blocos a ou b é maior que ambos os blocos c e d.

$(\text{Larger}(a,c) \wedge \text{Larger}(a,d)) \vee (\text{Larger}(b,c) \wedge \text{Larger}(b,d))$

3. (3.0 val) Considere as seguintes frases

- O dono do Tejo tem 20 anos, mas o Tejo só tem 3.
- O Tejo e o Bobby têm donos diferentes.
- Apesar de serem da mesma raça, o Tejo não suporta o Bobby.
- Os donos do Tejo e do Bobby são vizinhos e têm a mesma idade.

a) Apresente uma assinatura $\Sigma = \langle NP, NF_0 \cup NF_1 \rangle$ de uma linguagem de 1ª ordem que lhe permita escrever fórmulas de 1ª ordem correspondentes

NF_0 : Constantes	NF_1 : Funções	NP: Predicados
tejo, bobby 3, 20	doNoDe/1 idadeDe/1 raçaDe/1	Suportar/2 =/2, ≠/2 SerVizinho/2

b) Traduza para fórmulas de 1ª ordem as frases acima indicadas:

i) O dono do Tejo tem 20 anos, mas o Tejo só tem 3.

$$\text{idadeDe}(\text{doNoDe}(\text{tejo})) = 20 \wedge \text{idadeDe}(\text{tejo}) = 3$$

ii) O Tejo e o Bobby têm donos diferentes.

$$\text{doNoDe}(\text{tejo}) \neq \text{doNoDe}(\text{bobby})$$

iii) Apesar de serem da mesma raça, o Tejo não suporta o Bobby.

$$\text{raçaDe}(\text{tejo}) = \text{raçaDe}(\text{bobby}) \wedge \neg \text{Suportar}(\text{tejo}, \text{bobby})$$

iv) Os donos do Tejo e do Bobby são vizinhos e têm a mesma idade.+

$$\text{SerVizinho}(\text{doNoDe}(\text{tejo}), \text{doNoDe}(\text{bobby})) \wedge \text{idade}(\text{doNoDe}(\text{tejo})) = \text{idade}(\text{doNoDe}(\text{bobby}))$$

4. (3.0 val) a) Indique no quadro (com V, P e F, respectivamente) se, nos diferentes níveis de análise (Tautológico -TT, Lógico - FO e Analítico - TW) as fórmulas abaixo são Verdades, meras Possibilidades ou Falsidades.

Nota 1: Uma Verdade deve ser indicada com V e não com P (embora o seja).

Nota 2: 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação nesta pergunta não pode ser negativa.

$$\text{Tet}(a) \wedge \neg (a \neq b \vee \neg \text{Cube}(b))$$

$$\neg \text{Large}(b) \vee \neg \text{Larger}(a, b)$$

$$\text{Cube}(a) \wedge \neg \text{Cube}(b) \wedge a = b$$

TT	FO	TW
P	P	F
P	P	V
P	F	F

b) Indique, se houver, uma proposição F-TW que seja P-TT. Caso contrário escreva impossível

$$\text{Cube}(a) \wedge \text{Dodec}(a)$$

c) Indique, se houver, uma proposição P-TW que seja F-FO. Caso contrário escreva impossível.

Impossível

5. (2.0 val) Para os argumentos abaixo, indique se são válidos, justificando informalmente a resposta.

- a) Portugal empatou todos os jogos na fase de grupos. Num grupo ganha quem tem mais pontos (3 pontos para vitória, 1 para empate e 0 para derrota), e em caso de empate quem marca mais golos. Logo Portugal não ganhou o seu grupo.

Argumento Válido ? Sim: Não:

Justificação: O argumento não é válido sendo possível criar um contraexemplo que satisfaz as premissas mas não a conclusão. Assim suponhamos que

- Todas as equipas do grupo empataram os seus jogos.
- Portugal marcou mais golos que as outras equipas (por exemplo empatou sempre a 1-1 enquanto nos outros jogos os empates foram 0-0).

Neste caso, as premissas seriam satisfeitas (Portugal empatava todos os jogos e a regra de atribuição do 1º lugar é correcta), mas a conclusão seria falsa, já que Portugal acabaria por ganhar o grupo (pelo critério de desempate).

- b) Nenhum país com menos de 1 milhão de habitantes ganhou um campeonato mundial. Mónaco e S. Marino são países com menos de 100000 habitantes. Logo o Mónaco nunca foi tri-campeão mundial.

Argumento Válido ? Sim: Não:

Justificação: A conclusão pode justificar-se da seguinte forma. Se o Mónaco é um país com menos de 100000 habitantes, também tem menos de 1 milhão de habitantes. Mas nesse caso, faz parte do grupo de países que nunca ganharam um campeonato, e portanto, muito menos o ganharam 3 vezes.

6. (2.0 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski, indique se os seguintes argumentos são válidos tautologicamente (Val-TT), logicamente (Val-FO) e/ou analiticamente nos mundos de Tarski (Val-TW).

Nota: 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação nesta pergunta não pode ser negativa.

{Premissa 1, ..., Premissa n } |= Conclusão

{ Cube (a) , ¬Cube (b) } |= a ≠ b

{ SameCol (a,b) , SameRow (b,a) } |= a = b

{ LeftOf (a,b) , LeftOf (a,c) } |= LeftOf (b,c)

Val-TT	Val-FO	Val-TW
N	S	S
N	N	S
N	N	N

7. (2.5 val) a) Preencha a tabela de verdade relativa às fórmulas P1 e P2 abaixo indicadas

$$P1: A \wedge (B \vee \neg C) \quad \text{e} \quad P2: A \vee (\neg B \wedge C)$$

A	B	C	$A \wedge (B \vee \neg C)$	$A \vee (\neg B \wedge C)$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	V	F	F	F
F	F	V	F	V
F	F	F	F	F

b) Com base na tabela assinale na caixa e justifique qual a relação tautológica entre P1 e P2

P1 é consequência de P2

P2 é consequência de P1

P1 e P2 são Equivalentes

Nenhuma das anteriores

Justificação:

Existem duas interpretações, $\{A=V, B=F, C=V\}$ e $\{A=F, B=F, C=V\}$ que tornam a fórmula P2 verdadeira mas P1 falsa. Logo P1 **não é** consequência tautológica de P2.

No entanto, não há interpretações que tornem P1 verdadeira e P2 falsa, logo P2 **é** uma consequência tautológica de P1.

8. (3.0 val) Converta a fórmula seguinte para as formas normais conjuntiva (CNF) e disjuntiva (DNF), simplificando-as da forma mais conveniente:

$$(A \vee B) \wedge ((\neg(\neg A \wedge B \wedge C) \wedge B) \vee \neg(\neg A \wedge C))$$

- 1 $\Leftrightarrow (A \vee B) \wedge ((\neg(\neg A \wedge B \wedge C) \wedge B) \vee \neg(\neg A \wedge C))$
- 2 $\Leftrightarrow (A \vee B) \wedge ((\neg(\neg A \wedge B \wedge C) \wedge B) \vee (\neg\neg A \vee \neg C))$ de Morgan
- 3 $\Leftrightarrow (A \vee B) \wedge ((\neg(\neg A \wedge B \wedge C) \wedge B) \vee (A \vee \neg C))$ Dupla Negação
- 4 $\Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (((\neg\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge B) \vee (A \vee \neg C))$ de Morgan
- 5 $\Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (((A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge B) \vee (A \vee \neg C))$ Dupla Negação
- 6 $\Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (((A \vee \neg C \vee \neg B) \wedge B) \vee (A \vee \neg C))$ Comutação
- 7 $\Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (((A \vee \neg C) \vee \neg B) \wedge B) \vee (A \vee \neg C)$ Associação
- 8 $\Leftrightarrow (A \vee B) \wedge ((A \vee \neg C) \wedge B) \vee (A \vee \neg C)$ Absorção
- 9 $\Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee \neg C)$ Eliminação

Esta fórmula já está na forma NNF e em CNF, não podendo ser simplificada.

Para a obter a DNF fazemos

$$10 \Leftrightarrow A \vee (B \wedge \neg C)$$

Distribuição

que está em DNF e já não pode ser mais simplificada.