

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2013 / 14 – 3º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

nº:

1. Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

- a) Alguns cubos estão atrás de todos os dedecaedros.

$$\exists x (Cube(x) \wedge \forall y (Dodec(y) \rightarrow BackOf(x,y)))$$

- b) Um bloco que esteja entre dois blocos grandes é um cubo.

$$\forall x \forall y \forall z ((Between(x,y,z) \wedge Large(y) \wedge Large(z)) \rightarrow Cube(x))$$

- c) Blocos que estejam na mesma linha são do mesmo tamanho.

$$\forall x \forall y (SameRow(x,y) \rightarrow SameSize(x,y))$$

- d) Os blocos estão todos em linhas e colunas diferentes.

$$\forall x \forall y (x \neq y \rightarrow (\neg SameRow(x,y) \wedge \neg SameCol(x,y)))$$

- e) Qualquer bloco é maior que todos os blocos à sua esquerda, excepto se for um cubo.

$$\forall x (\neg Cube(x) \rightarrow \forall y (LeftOf(y,x) \rightarrow Larger(x,y)))$$

- f) Não existem cubos com o mesmo tamanho de um dos dedecaedros que existe no tabuleiro.

$$\exists x (Dodec(x) \wedge \neg \exists y (Cube(y) \wedge SameSize(x,y)))$$

2. Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1. $\exists x (Cube(x) \wedge \forall y (x \neq y \rightarrow (LeftOf(x,y) \wedge FrontOf(x,y)))$

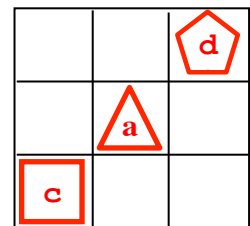
2. $\exists x \exists y \exists z Between(x,y,z)$

3. $\neg \exists x \exists y (x \neq y \wedge SameShape(x,y))$

4. $Dodec(d) \wedge \neg \exists x (SameRow(x,d) \vee BackOf(x,d))$

5. $Cube(c) \wedge Tet(a)$

6. $\forall x \forall y (x \neq y \rightarrow (\neg SameRow(x,y) \wedge \neg SameCol(x,y)))$



3. Complete a demonstração abaixo, preenchendo as caixas assinaladas.

1	$\exists x (\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x))$	
2	$\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow \exists y \text{FrontOf}(x,y))$	
3	$\forall x \forall y (\text{FrontOf}(x,y) \rightarrow \neg \text{Tet}(x))$	
4	$a: \text{Tet}(a) \vee \text{Cube}(a)$	
5	Cube(a)	
6	$\exists x \text{Cube}(x)$	Intr $\exists$: 5
7	$\text{Tet}(a)$	
8	$\text{Tet}(a) \rightarrow \exists y \text{FrontOf}(a,y)$	Elim $\forall$: 2
9	$\exists y \text{FrontOf}(a,y)$	Elim $\rightarrow$: 7 , 8
10	$b: \text{FrontOf}(a,b)$	
11	$\text{FrontOf}(a,b) \rightarrow \neg \text{Tet}(a)$	Elim $\forall$: 3
12	$\neg \text{Tet}(a)$	Elim $\rightarrow$: 10 , 11
13	$\perp$	Intr $\perp$: 7 , 12
14	$\exists x \text{Cube}(x)$	Elim $\perp$: 13
15	$\exists x \text{Cube}(x)$	Elim $\exists$: 9, 10 -14
16	$\exists x \text{Cube}(x)$	Elim $\vee$: 4, 5-6, 7-15
17	$\exists x \text{Cube}(x)$	Elim $\exists$: 1, 4 - 16

4. Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respectiva demonstração.

1	$\forall x \forall y (\text{LeftOf}(x,y) \rightarrow \text{Smaller}(x,y))$	
2	$\text{Cube}(c) \wedge \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{LeftOf}(x,c))$	
3	$\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{LeftOf}(x,c))$	Elim $\wedge$: 2
4	$a: \text{Tet}(a) \wedge \text{LeftOf}(a,c)$	
5	$a:$	
6	$\text{Tet}(a)$	
7	$\text{LeftOf}(a,c)$	Elim $\wedge$: 4
8	$\text{LeftOf}(a,c) \rightarrow \text{Smaller}(a,c)$	Elim $\forall$: 1
9	$\text{Smaller}(a,c)$	Elim $\rightarrow$: 7 , 8
10	$\text{Tet}(a) \rightarrow \text{Smaller}(a,c)$	Intr $\rightarrow$: 6 , 9
11	$\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow \text{Smaller}(x,c))$	Intr $\forall$: 5 - 10
12	$\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow \text{Smaller}(x,c))$	Elim $\exists$: 3 , 4 - 11

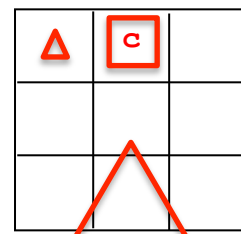
a) Indique todos os erros da demonstração acima, e se "validam" erradamente o argumento.

Erros: Existe um erro que consiste em reutilizar o nome **a** na linha 5.

Com efeito, se o objecto arbitrário de nome **a** introduzido nessa linha fosse arbitrário, a implicação da linha 10 poderia ser generalizada para uma regra universal na linha 11. Como essa regra não menciona o nome **a** introduzido na linha 4, a regra universal pode ser inferida na linha 12, independentemente do nome introduzido na linha 4, por instanciação existencial

No entanto, o nome **a** introduzido na linha 5 **não** é arbitrário, pois é o mesmo introduzido na linha 4, e portanto a hipótese "seja **a** um objecto arbitrário" da linha 5 está errada!

b) Apresente no quadro ao lado um contra-exemplo que mostre que o argumento não é válido.



5. O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

1	$\forall x (\neg \text{Dodec}(x) \rightarrow \text{Large}(x))$
2	$\forall x (\text{Large}(x) \rightarrow (\text{Tet}(x) \vee \text{Dodec}(x)))$
3	$\forall x \neg \text{Cube}(x)$

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário utilizar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

- ☐ $\forall x (\text{Large}(x) \vee \text{Medium}(x) \vee \text{Small}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Medium}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Medium}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- ☐ $\forall x (\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x) \vee \text{Dodec}(x))$
- ☒ $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Cube}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$
- ☒ $\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$

6. Valide o argumento apresentando a respectiva demonstração.

1	$\forall x ((\text{Cube}(x) \vee \text{Tet}(x)) \rightarrow \text{Large}(x))$	
2	$\exists x \text{FrontOf}(a, x)$	
3	$\forall x \forall y (\text{FrontOf}(x, y) \rightarrow \neg \text{Large}(x))$	
4	$\text{Cube}(a)$	
5	$\text{Cube}(a) \vee \text{Tet}(a)$	Intr $\vee$: 4
6	$\text{Cube}(a) \vee \text{Tet}(a) \rightarrow \text{Large}(a)$	Elim $\forall$: 5
7	$\text{Large}(a)$	Elim $\rightarrow$: 5 , 6
8	$b: \text{FrontOf}(a, b)$	
9	$\text{FrontOf}(a, b) \rightarrow \neg \text{Large}(a)$	Elim $\forall$: 3
10	$\neg \text{Large}(a)$	Elim $\rightarrow$: 8 , 9
11	$\perp$	Intr $\perp$: 7 , 10
12	$\perp$	Elim $\exists$: 2, 8 - 11
13	$\neg \text{Cube}(a)$	Intr $\neg$: 4 - 12
14	$\exists x \neg \text{Cube}(x)$	Intr $\exists$: 13